

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA  
CATARINA  
CÂMPUS JOINVILLE**

**EDUARDO JOAQUIM VIEIRA  
LUCAS LAMIN  
MATHEUS NICOLÁS HERNANDEZ**

**CONSTRUÇÃO E VALIDAÇÃO DE SIMULADOR DE VIGA  
ENGASTADA**

**JOINVILLE, AGOSTO DE 2021**

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE SANTA  
CATARINA  
CÂMPUS JOINVILLE**

**EDUARDO JOAQUIM VIEIRA  
LUCAS LAMIN  
MATHEUS NICOLÁS HERNANDEZ**

**CONSTRUÇÃO E VALIDAÇÃO DE SIMULADOR DE VIGA  
ENGASTADA**

Trabalho de Conclusão de curso  
submetido ao Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia de Santa  
Catarina como parte dos requisitos para  
obtenção do título de Bacharel em  
Engenharia Mecânica.

Orientador: Leonidas Cayo Mamani  
Gilapa, Doutor em Ciência e Engenharia  
de Materiais

**JOINVILLE, AGOSTO DE 2021**

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor.

Eduardo Joaquim Vieira, Lucas Lamin e Matheus Nicolás Hernandez, Construção e validação de simulador de viga engastada / Eduardo Joaquim Vieira, Lucas Lamin e Matheus Nicolás Hernandez; orientação de Leonidas Cayo Mamani Gilapa. - Joinville, SC, 2021. 68 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) - Instituto Federal de Santa Catarina, Câmpus Joinville. Bacharelado em Engenharia Mecânica. Departamento Acadêmico de Metal Mecânica.

Inclui Referências.

1. Simulação. 2. Viga engastada. 3. Simulador. I. Gilapa, Leonidas Cayo Mamani. II. Instituto Federal de Santa Catarina. III. CONSTRUÇÃO E VALIDAÇÃO DE SIMULADOR DE VIGA ENGASTADA.

# **CONSTRUÇÃO E VALIDAÇÃO DE SIMULADOR DE VIGA ENGASTADA**

**EDUARDO JOAQUIM VIEIRA  
LUCAS LAMIN  
MATHEUS NICOLÁS HERNANDEZ**

Este trabalho foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica e aprovado na sua forma final pela banca examinadora do Curso Superior de Bacharelado em Engenharia Mecânica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina

Joinville, 03 de agosto, 2021

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. Leonidas Cayo Mamani Gilapa,  
Orientador  
Instituto Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Ivandro Bonetti,  
Convidado  
Instituto Federal de Santa Catarina

---

Prof. Dr. Claudio José Weber  
Convidado  
Instituto Federal de Santa Catarina



## **AGRADECIMENTOS**

### **CONSTRUÇÃO E VALIDAÇÃO DE SIMULADOR DE VIGA ENGASTADA**

Agradeço, primeiramente, a Deus por me abençoar com a vida e mais essa oportunidade de adquirir conhecimento. A minha família e noiva, pela paciência em relação a minha ausência. Aos professores e especialmente ao nosso orientador, agradeço por cada momento em que nos conduziram não somente neste trabalho como em toda a nossa jornada no IFSC. Ao senhor Daniel Ernesto Hernandez Schrott por sempre nos receber em sua casa e nos ajudar com muita atenção. Por fim, agradeço aos meus amigos Lucas e Matheus por terem se dedicado durante o curso inteiro e me ajudado sempre que precisei, pela amizade e bons momentos que vivemos.

Eduardo Joaquim Vieira

Agradeço a minha família por me trazer todo o aporte de criação, formando a pessoa que sou hoje, agradeço a compreensão com relação ao tempo que deixei de passar ao lado deles e o apoio e incentivo em todas as etapas do curso. Aos meus amigos, sem exceções, fica meu muito obrigado, por me trazerem momentos de descontração em meio a tanta agitação devido aos trabalhos, provas e demais atividades da graduação. Ao nosso orientador, Leonidas, por desprender seu tempo dando todo suporte necessário para realização do trabalho. Por fim, agradeço aos meus amigos Eduardo e Matheus, por serem parceiros não só academicamente, mas também pessoalmente, sempre um ajudando o outro nos momentos bons e ruins.

Lucas Lamin

Agradeço primeiramente a Deus, por ter capacitado em todos os momentos e dado a sabedoria que Ele mesmo prometeu. À minha família, por estar junto a mim em todo o tempo e incentivar meus estudos desde pequeno, especialmente ao meu pai Daniel Ernesto Hernandez Schrott, por dedicadamente nos auxiliar e contribuir com sua experiência. À minha amada noiva Susana Schlosser, que esteve ao meu lado nos momentos de dificuldade e de alegria me incentivando a continuar. Por fim, agradeço aos meus amigos, Eduardo e Lucas, por todos os momentos juntos dentro, e fora da sala de aula.

Matheus Nicolás Hernandez

## RESUMO

O conhecimento e domínio de cálculos estruturais, metrologia e resistência dos materiais são fundamentais na formação de um engenheiro mecânico, visto a larga aplicação na indústria e a evolução contínua da tecnologia. Visando um melhor desenvolvimento acadêmico e uma maior integração prático-teórica para os estudantes de cursos de engenharia mecânica, este trabalho buscou projetar, fabricar e validar um dispositivo com o qual possa ser realizada a medição da deformação e do deslocamento de uma viga engastada por meio de técnicas conhecidas de metrologia e uma planilha de cálculos. A partir dos desenhos em CAD; e as simulações feitas pela planilha de cálculos e em CAE foi possível validar o projeto para a construção. As medições do deslocamento da viga, com o equipamento montado, foram realizadas com uma máquina de medir por coordenadas, e quando comparadas com os resultados obtidos pelas simulações, validaram o experimento como uma ferramenta didática, de baixo custo e fácil reprodução, para o ensino dos conteúdos propostos.

Palavras-Chave: Engenharia Mecânica. Viga engastada. Deslocamento. Flexão.

## **ABSTRACT**

The knowledge and mastery of structural calculations, metrology and strength of materials are fundamental in the formation of a mechanical engineer, considering the wide application in industry and the continuous evolution of technology. Aiming at a better academic development and a greater practical-theoretical integration for students of mechanical engineering courses, this work sought to design, manufacture and validate a device with which the measurement of deformation and deflection of a fixed beam can be performed by known metrology techniques and a spreadsheet of calculations. From the CAD drawings and the simulations made by the spreadsheet and in CAE, it was possible to validate the project for the construction. The measurements of the displacement of the beam, with the equipment assembled, were performed with a coordinate measuring machine, and when compared with the results obtained by the simulations, they validated the experiment as a didactic tool, of low cost and easy to reproduce, for teaching of the proposed contents.

Keywords: Mechanical Engineering. Fixed beam. Deflection. Bending.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Corte em viga engastada .....	16
Figura 2 – Coordenadas adotadas para o Momento de inércia .....	17
Figura 3 – Deslocamento em Viga engastada.....	18
Figura 4 - Extensômetro .....	24
Figura 5 – Ponte de Wheatstone .....	25
Figura 6 – Barra retangular sob flexão. ....	26
Figura 7 - Esquemático da máquina de medir por coordenadas.....	27
Figura 8 – Regulagem com parafusos.....	28
Figura 9 - Simulação da estrutura .....	29
Figura 10 – Base do dispositivo usinada .....	33
Figura 11 - Viga utilizada .....	35
Figura 12 - Viga Engastada no Simulador por elementos finitos.....	35
Figura 13 – Dados das simulações com peso de 0,6697 kg.....	36
Figura 14 – Dados das simulações com peso de 1,2618 kg.....	37
Figura 15 - Lixamento da superfície .....	40
Figura 16 - Posicionamento do extensômetro .....	41
Figura 17 - Colagem do extensômetro .....	41
Figura 18 – Extensômetro utilizado .....	42
Figura 19 - Circuito para aquisição de dados do extensômetro .....	43
Figura 20 – Circuito Eletrônico utilizado .....	44
Figura 21 - Resultado de validação para uma barra retangular com furo no centro. ....	55
Figura 22 – Força aplicada na viga .....	56
Figura 23 – Base engastada da viga.....	56

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Ponte de Wheatstone .....	25
Tabela 2 – Conjunto de Pesos .....	34
Tabela 3 - Dados da simulação por elementos finitos da viga engastada .....	38
Tabela 4 - Medições com máquina de medir por coordenadas.....	39
Tabela 5 - Especificações do Extensômetro .....	42
Tabela 6 - Dados obtidos através do Extensômetro.....	45
Tabela 7- Dados da Planilha de Cálculo .....	46
Tabela 8 - Comparação de deslocamento entre simulação por elementos finitos e planilha de cálculo .....	48
Tabela 9 - Comparação de deslocamento entre simulação por elementos finitos e MMC .....	49
Tabela 10 - Comparação de deslocamento entre planilha e MMC .....	51
Tabela 11 - Comparação de Tensão normal entre simulação por elementos finitos e planilha .....	52
Tabela 12 - Comparação de deformação entre planilha e extensômetro.....	53

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>13</b>
1.1.1	Objetivo geral	13
1.1.2	Objetivos específicos	13
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>14</b>
<b>2.1</b>	<b>Vigas Engastadas</b>	<b>14</b>
<b>2.2</b>	<b>Tensões</b>	<b>15</b>
2.2.1	Tensão normal	15
2.2.2	Tensão de Cisalhamento	15
<b>2.3</b>	<b>Flexão</b>	<b>16</b>
<b>2.4</b>	<b>Momento, Força Cortante, Momento de Inércia e Deslocamento</b>	<b>16</b>
<b>2.5</b>	<b>Módulo de elasticidade</b>	<b>19</b>
<b>2.6</b>	<b>Critérios de falha – Von Mises</b>	<b>20</b>
<b>2.7</b>	<b>Princípio de Saint-Venant</b>	<b>20</b>
<b>2.8</b>	<b>Materiais</b>	<b>20</b>
2.8.1	Alumínio	20
2.8.2	Aço 1045	21
<b>2.9</b>	<b>CAD</b>	<b>21</b>
<b>2.10</b>	<b>CAE</b>	<b>22</b>
<b>2.11</b>	<b>Arduíno</b>	<b>22</b>
<b>2.12</b>	<b>Extensômetria</b>	<b>23</b>
2.12.1	Ponte de Wheatstone	24
2.12.2	Cálculo da deformação	26
<b>2.13</b>	<b>Máquina de medir por coordenadas</b>	<b>27</b>
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>28</b>
<b>3.1</b>	<b>Projeto Conceitual</b>	<b>28</b>
<b>3.2</b>	<b>Elaboração do modelo CAD/CAE</b>	<b>28</b>
<b>3.3</b>	<b>Rigidez da estrutura</b>	<b>29</b>
<b>3.4</b>	<b>Planilha de cálculos</b>	<b>29</b>
3.4.1	Dados de entrada	30
3.4.1.1	Dimensões e material da viga	30

<b>3.4.1.2 Esforço aplicado</b> .....	<b>30</b>
<b>3.4.1.3 Ponto analisado</b> .....	<b>30</b>
<b>3.4.1.4 Dados do extensômetro</b> .....	<b>30</b>
<b>3.4.1.5 Valor Arduino</b> .....	<b>31</b>
3.4.2 Dados de saída teóricos .....	31
<b>3.4.2.1 Esforços e Tensões resultantes</b> .....	<b>31</b>
<b>3.4.2.2 Deslocamento</b> .....	<b>31</b>
<b>3.4.2.3 Critério de falha – Von Mises</b> .....	<b>31</b>
<b>3.4.2.4 Deformação teórica</b> .....	<b>32</b>
3.4.3 Dados de saída experimentais (extensômetro) .....	32
<b>3.4.3.1 Deformação</b> .....	<b>32</b>
<b>3.4.3.2 Tensão Normal</b> .....	<b>32</b>
<b>3.4.3.3 Relação experimental/teórica</b> .....	<b>32</b>
3.4.4 Funcionamento da planilha de cálculos .....	32
<b>3.5 Fabricação do Dispositivo</b> .....	<b>33</b>
<b>3.6 Definição e especificação da viga utilizada</b> .....	<b>34</b>
<b>3.7 Aquisição de dados através da simulação com elementos finitos</b> .....	<b>35</b>
<b>3.8 Aquisições de dados através da máquina de medir por coordenadas</b> .....	<b>38</b>
<b>3.9 Aquisição de dados através do extensômetro</b> .....	<b>39</b>
3.9.1 Método de colagem do extensômetro .....	39
3.9.2 Especificação do Extensômetro utilizado .....	42
3.9.3 Circuito eletrônico .....	42
3.9.4 Leitura de deformação .....	44
3.9.5 Medições com o extensômetro e seu circuito eletrônico .....	45
<b>3.10 Medições através da planilha de cálculos</b> .....	<b>45</b>
<b>4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS</b> .....	<b>47</b>
<b>4.1 Comparações de resultados</b> .....	<b>47</b>
4.1.1 Comparação de deslocamento entre simulação por elementos finitos e planilha .....	47
4.1.2 Comparação de deslocamento entre simulação por elementos finitos e medições na máquina de medir por coordenadas .....	49
4.1.3 Comparação de deslocamento entre planilha e máquina de medir por coordenadas .....	50

4.1.4	Comparação de tensão normal entre simulação por elementos finitos e planilha .....	52
4.1.5	Comparação de deformação entre simulação por elementos finitos e planilha 53	
4.1.6	Comparação de deformação entre planilha e extensômetro .....	53
<b>4.2</b>	<b>Validação das comparações e resultados obtidos .....</b>	<b>54</b>
<b>4.3</b>	<b>Princípio de Saint-Venant.....</b>	<b>55</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>57</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>59</b>
	<b>APÊNDICE A – DESENHOS DE FABRICAÇÃO .....</b>	<b>62</b>
	<b>APÊNDICE B – PLANILHA DE CÁLCULOS DESENVOLVIDA .....</b>	<b>67</b>
	<b>APÊNDICE C – FLUXOGRAMA DE PROCESSO .....</b>	<b>68</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A necessidade de preparar os alunos de engenharia para o futuro com um sistema de ensino capaz de integrar a formação profissional com as tecnologias é um desafio a ser superado (Barbosa E. F.; Moura D.G. 2014). Nesse contexto, Belhot et al. (2001), apresenta o ciclo de aprendizagem idealizado por Kolb, que se baseia na percepção e processamento da informação recebida pelo aluno, e tem como base quatro perguntas: Por que; o que; como; e se. Onde essas apresentam o contexto, conceitos, aplicações e modificações da condição inicial de temas apresentado ao aluno. Em seu trabalho, Barbosa e Moura (2014) citam que alinhar as atividades teóricas às práticas no ramo da engenharia é fundamental para que os estudantes se envolvam no processo de aprendizagem, bem como agrega essa conclusão, mostrando um tipo de projeto de aprendizagem, do tipo explicativo, no qual o objetivo é mostrar e explicar o funcionamento de objetos quaisquer. Como o aprendizado do ensino superior é base para a vida profissional do aluno, Norton (2013, p.9), traz a seguinte ideia: O sucesso de qualquer projeto depende muito da validade e adequação dos modelos de engenharia utilizados para prever e analisar seu comportamento antes da construção de qualquer máquina.

Os estudos relacionados à resistência de materiais geralmente tem o objetivo de determinar tensões, deformações geradas por cargas aplicadas até sua fratura, descobrindo assim seu comportamento. Essa análise é dependente do material do corpo analisado (TIMOSHENKO, 1983, p.2). Não só por meio da modelagem computacional os comportamentos estruturais de projetos podem ser compreendidos, mas também com dados coletados de ensaios experimentais (APPI et al, 2018).

Assim, o desenvolvimento deste trabalho visa o estudo de caso da análise de tensões e deformações na aplicação de esforços em vigas engastadas, utilizando alguns dos seus diferentes métodos de aquisição de dados, e comparando os resultados obtidos de forma experimental, com os métodos de cálculo numérico e analítico.

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivo geral

Desenvolver uma planilha em Excel para os cálculos teóricos referentes a esforços em vigas engastadas, se aproximando ao máximo de softwares de simulação por elementos finitos, porém com uma interação mais simples, intuitiva e didática. Bem como fabricar o dispositivo para realizar experimentos de vigas engastadas, servindo de material de apoio aos alunos e professores das matérias da área de mecânica dos sólidos e ficando disponível nas dependências do IFSC.

### 1.1.2 Objetivos específicos

Aplicar conhecimentos adquiridos nas matérias de Mecânica dos Sólidos, Estática e Dinâmica, Fabricação Mecânica e Resistência dos Materiais no desenvolvimento da planilha de cálculos; comparar, comprovar e validar os modelos matemáticos inseridos na planilha desenvolvida, através de softwares de simulação e medições experimentais pela extensometria e máquina de medir por coordenadas.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A análise estrutural é uma etapa primordial no projeto estrutural de um mecanismo ou estrutura. Ela consiste em obter o comportamento da estrutura perante os esforços atuantes, determinando as distribuições dos esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos na estrutura.

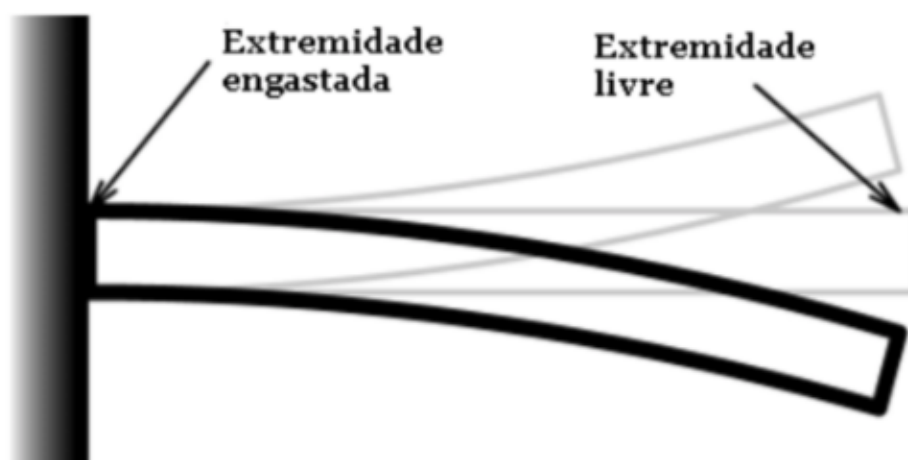
Com os resultados da análise estrutural, é possível realizar o dimensionamento de uma estrutura compatível com esforços que poderão ocorrer na prática e assim poder elaborar o detalhamento do projeto (Santos, 2016; Moreira 2006)

Este capítulo apresenta uma revisão dos conceitos fundamentais referentes à análise de esforços em vigas engastadas, abordando tópicos sobre tensões, deformação, modelagem tridimensional, simulação por elementos finitos, bem como o uso da extensômetria e da máquina de medir por coordenadas.

### 2.1 Vigas Engastadas

Segundo Timoshenko (1983) viga é uma barra que suporta cargas transversais em relação ao seu eixo. Quando a viga é engastada em apenas um dos lados ela é chamada de viga em balanço.

Figura 1 - Viga em balanço



Retirada do site [www.cartografica.ufpr.br](http://www.cartografica.ufpr.br)

As vigas engastadas são divididas em dois grupos, o primeiro é chamado de viga longa, onde comprimento da viga em relação a sua área transversal é suficientemente grande para que a tensão de cisalhamento no ponto analisado possa ser desconsiderada. (NORTON, 2013). Já na viga curta, os valores de tensão de cisalhamento têm grande influência, devido a relação entre seu comprimento e área transversal, não podendo ser desprezados.

## 2.2 Tensões

Conforme descreve HIBBELER (2010), sendo um material contínuo, ou seja, tem distribuição uniforme de matéria sem vazios, sem trincas ou separações, e uma força agindo sobre um diferencial de área, essa podendo ser em todas as direções do plano cartesiano, normais ou tangentes ao diferencial de área. À medida que a força e a área tendem a zero, o quociente da força sobre a área tenderá a um número finito denominado tensão.

### 2.2.1 Tensão normal

Quando a direção da força é perpendicular ao diferencial de área, podendo ser esta de tração ou compressão. A tensão normal (Equação 1), conforme HIBBELER (2010), tem unidades de força por unidade de área, no SI a força é expressa em Newtons (N) e a área em metros quadrados (m<sup>2</sup>), conseqüentemente a unidade de tensão é N/m<sup>2</sup> ou Pascal (Pa).

$$\sigma_z = \frac{\Delta F_z}{\Delta A_z} \quad (1)$$

### 2.2.2 Tensão de Cisalhamento

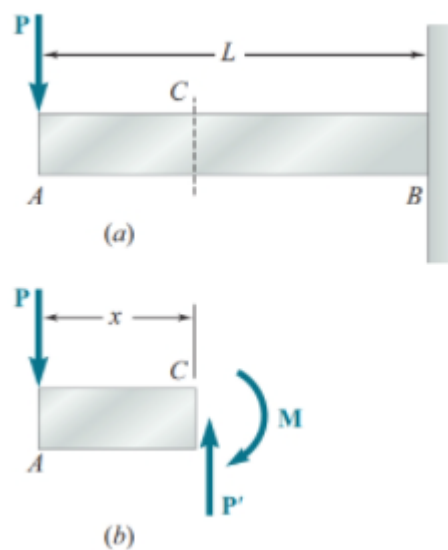
Conforme HIBBELER (2010), a tensão de cisalhamento é definida como uma força aplicada tangentemente ao diferencial de área, conforme mostra a Equação 2.

$$\tau_{z,x} = \frac{\Delta F_x}{\Delta A} \quad ; \quad \tau_{z,x} = \frac{\Delta F_x}{\Delta A} \quad (2)$$

### 2.3 Flexão

No estudo de vigas, a flexão pura é base para análise das forças transversais ao eixo longitudinal do elemento. A flexão pura acontece quando existem reações iguais e opostas em um mesmo elemento, e devido a simetria do corpo, podem então essas reações serem substituídas por dois momentos fletores iguais e opostos. Para análise em viga, o elemento deve ser cortado no ponto desejado, então, pelo diagrama de corpo livre, surge uma força igual e oposta ao carregamento no ponto de corte, assim, a distribuição de tensões normais ao elemento cortado pode ser obtida pelo momento fletor como se a viga estivesse em flexão pura, conforme mostrado na Figura 1. Através das análises de flexão pode-se encontrar o raio de curvatura, momentos, tensões, deformações, etc (BEER, et al, 2013). As equações relevantes para o estudo apresentado estão no tópico a seguir.

Figura 1 - Corte em viga engastada



Fonte: BEER, et al, 2013.

### 2.4 Momento, Força Cortante, Momento de Inércia e Deslocamento

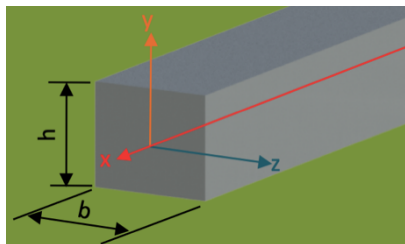
Quando se aplica uma força (carga concentrada ou distribuída) perpendicular/tangente em um eixo, a mesma produz uma tendência de rotação, isso é chamado de momento, como descreve HIBBELER (2010).

O momento causado por cargas externas que tendem a fletir/flexionar o corpo em torno de um eixo é chamado momento fletor, HIBBELER (2010).

“A força de cisalhamento ou força cortante encontra-se no plano da área é desenvolvida quando as cargas externas tendem a provocar o deslizamento de um dos segmentos do corpo sobre o outro” (HIBBELER,2010,p.14).

O momento de inércia de uma área é uma propriedade geométrica da seção transversal de componentes estruturais. Ele está relacionado a deformações que aparecem por flexão e junto com as propriedades do material determina a resistência do elemento à flexão. Segundo HIBBELER (2010), pode ser determinado a partir da equação 3 e resolvendo essa integral para as coordenadas adotadas no projeto (vide Figura 2) chega-se na equação 4, que descreve o momento de inércia para o estudo de caso de uma viga engastada com perfil retangular.

Figura 2 – Coordenadas adotadas para o Momento de inércia



Fonte: Os autores, 2021

$$I_z = \int_A y^2 dA \quad (3)$$

$$I_z = \frac{1}{12} bh^3 \quad (4)$$

Para determinar o deslocamento são necessárias algumas considerações. Conforme afirma HIBBELER (2010), na maioria dos problemas, a rigidez à flexão será constante ao longo do comprimento da viga, e como a viga em estudo tem sua seção transversal uniforme, pode-se utilizar a equação 5 descrita por HIBBELER (2010).

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M(x) \quad (5)$$

Onde:

$E$  = Módulo de Elasticidade (GPa)

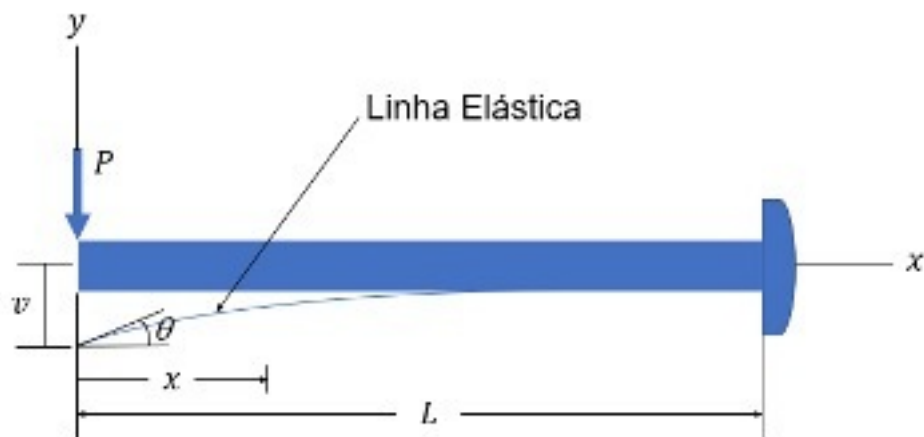
$I$  = Momento de Inércia (m<sup>4</sup>)

$v$  = Deslocamento (m)

$M$  = Momento (Nm)

Supondo a viga engastada esteja na disposição conforme mostra a Figura 3:

Figura 3 – Deslocamento em Viga engastada



Fonte: Adaptado de HIBBELER, 2010

Pela regra da mão direita, temos que;  $M(x) = -P \cdot x$ , logo:

$$E \cdot I \frac{d^2v}{dx^2} = -P \cdot x \quad (6)$$

Integrando uma vez em relação á variável "x":

$$E \cdot I \frac{dv}{dx} = \frac{-P \cdot x^2}{2} + C1 \quad (7)$$

Integrando pela segunda vez em relação á variável "x":

$$E \cdot I \cdot v = \frac{-P \cdot x^3}{6} + C1x + C2 \quad (8)$$

Utilizando as condições de contorno:

- $\frac{dv}{dx} = 0$  em  $x = L$ ;

- $v = 0$  em  $x = L$ .

Chegou-se à equação 9, para o cálculo do ângulo formado conforme mostra a Figura 3, e a equação 10, para o cálculo do deslocamento da viga.

$$\theta = \frac{P}{2EI} (L^2 - x^2) \quad (9)$$

Onde:

$\theta$  = ângulo (rad)

$P$  = Força aplicada (N)

$E$  = Módulo de Elasticidade (GPa)

$I$  = Momento de Inércia (m<sup>4</sup>)

$L$  = Comprimento da viga (m)

$X$  = Ponto de análise

$$v = \frac{P}{6EI} (-x^3 + 3L^2x - 2L^3) \quad (10)$$

Onde:

$v$  = Deslocamento (m)

## 2.5 Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade, segundo NORTON (2013) (Equação 11) é uma medida que relaciona a tensão suportada por um determinado material em sua zona elástica com sua deformação específica (Equação 13). Essa é uma medida da rigidez do material em sua região elástica NORTON (2013).

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} \quad (11)$$

Onde:

$E$  = Módulo de elasticidade (GPa)

$\sigma$  = Tensão (MPa)

$\varepsilon$  = Deformação específica (m/m)



## 2.6 Critérios de falha – Von Mises

Um dos critérios mais utilizados na mecânica para a análise de elementos finitos, pois ele define, para materiais dúcteis, a tensão em que o material irá entrar no limite de escoamento, sendo assim, é muito importante para o dimensionamento de um projeto (NORTON, 2013). Para este projeto foi utilizado este critério de falha, pois todas as análises foram feitas no regime elástico do material da viga, não podendo ele entrar em escoamento. Não foi utilizado o critério de Tresca por ele ser mais conservador que o critério de Von Mises, diminuindo assim a precisão dos dados obtidos.

Nesta aplicação de viga engastada, como o esforço é aplicado no centro da viga (eixo  $Z=0$ , vide Figura 2) há apenas uma tensão uniaxial, e as outras tensões principais são nulas, o que significa que o material começa a escoar quando a tensão máxima normal atinge a tensão de escoamento do material da viga, conforme dedução da equação 12.

Se:  $\sigma_1 \neq 0$  e  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

Logo:

$$\sigma_1 = \sigma_{\text{Von mises}} = \sigma_{\text{limite de escoamento}} \quad (12)$$

## 2.7 Princípio de Saint-Venant

O princípio de Venant afirma que os efeitos localizados causados por qualquer carga que age sobre um corpo serão dissipados ou atenuados em regiões suficientemente afastadas do ponto de aplicação da carga (HIBBELER 2010).

## 2.8 Materiais

### 2.8.1 Alumínio

De modo geral, as variedades de aplicações do alumínio estão relacionadas com suas características físico-químicas, por exemplo, a resistência à corrosão e a alta condutibilidade elétrica e térmica. Faz parte da estrutura de

embarcações, veículos terrestres e aéreos. No revestimento de embalagens, destacam-se as latas e as embalagens usadas em sucos e leites. Na construção civil, compondo a estrutura de portas, esquadrias, janelas, portões, divisórias, entre de outros materiais do cotidiano (CLUBEDAQUIMICA).

### 2.8.2 Aço 1045

É uma liga de ferro contendo 0,45% de carbono, tem temperabilidade média, baixa dureza, boa resistência mecânica e a fratura. Usado em construção mecânica e em ferramentas manuais, braçadeiras, cilindros, eixos, engrenagens, hastes de amortecedor, parafusos, porcas e pregos (TRIMETAIS).

## 2.9 CAD

Com a sigla CAD, o desenho assistido por computador ou em inglês Computer Aided Design/Drafting, é utilizado para fazer representações gráficas em duas ou três dimensões, facilitando a interpretação de objetos com cotas e tolerâncias. Esse sistema é empregado em vários ramos do conhecimento, como engenharia civil, mecânica, elétrica, etc.

Na área mecânica, o CAD é usado para modelamento de chapas metálicas, tubulações, variadas formas, simples e complexas, com o intuito gerenciar projetos, analisar formas geométricas para manufatura, definições de volume e centro de massa, análise de interferências, entre outros. O modelo pode ser paramétrico, relacionando dimensões, ou associativa, trazendo modelos em duas dimensões que auxiliam em montagens, fabricação, controle de qualidade, etc.

Os softwares de CAD representam objetos tridimensionais em ambiente computacional, por meio de coordenadas cartesianas no espaço e informações topológicas de construção, indicando conexões por pontos, retas, curvas, arestas, faces e outros objetos tridimensionais usados na construção. Sua interface de trabalho tem ambientes em duas dimensões, três dimensões, modelamentos de formas complexas, chapas, projeto ferramental e montagem (RODRIGUES et al., 2015)

## 2.10 CAE

Os Métodos Analíticos Clássicos permitiam a resolução de um espectro limitado de aplicações. Apenas para sistemas de geometria simples, com condições de carregamento e apoio simples. (ALVES FILHO, 2008).

Essas dificuldades foram superadas por intermédio das técnicas de Discretização de Sistemas Contínuos. Ao tratarmos um Sistema Estrutural como um Sistema Discreto, eram calculados somente os deslocamentos de alguns pontos da Estrutura, que eram os Nós do Modelo. Julgávamos que o número de pontos discretos escolhido era suficiente para representar o deslocamento da estrutura inteira de forma aproximada e, como consequência, permitir o cálculo das deformações e tensões na estrutura. Começávamos então a nossa caminhada no Método dos Elementos Finitos. (ALVES FILHO, 2008, p.15)

O livro de ALVES FILHO (2018), diz que a teoria de elementos finitos é base para o nascimento da engenharia auxiliada por computador (CAE - *Computer Aided Engineering*) que consiste em softwares que dão suporte à engenharia auxiliando-a no desenvolvimento de projetos, por meio de simulações e análises estáticas, dinâmicas, térmicas, magnéticas, de fluidos e acústicas.

O uso correto de um sistema CAE consiste na correta introdução dos dados no pré-processamento (modelo, propriedades físicas dos materiais, formas, distribuições das cargas e restrições aplicadas) e após o problema ser resolvido sob o modelo matemático adequado, consiste na revisão e análise dos resultados obtidos (ALVES FILHO, 2008).

## 2.11 Arduíno

Segundo MARTINAZZO (2014) a placa Arduino consiste em uma plataforma de microcontrolador de código aberto e linguagem padrão baseada em C/C++ e em softwares e hardwares livres.

A comunidade disponibiliza várias bibliotecas para o microcontrolador que facilitam a comunicação com amplificadores, a aquisição de dados e o envio de informações para atuadores.

THOMSEN (2014) apresenta os seguintes tipos de Arduino: Uno, Mega 2560, Leonardo, Due, ADK, Nano, Pro Mini e Esplora. O tipo escolhido para esse

projeto foi o Arduino Uno que possui processador ATMEGA328, 14 portas digitais, sendo que 6 delas podem ser usadas como saídas PWM, e 6 portas analógicas.

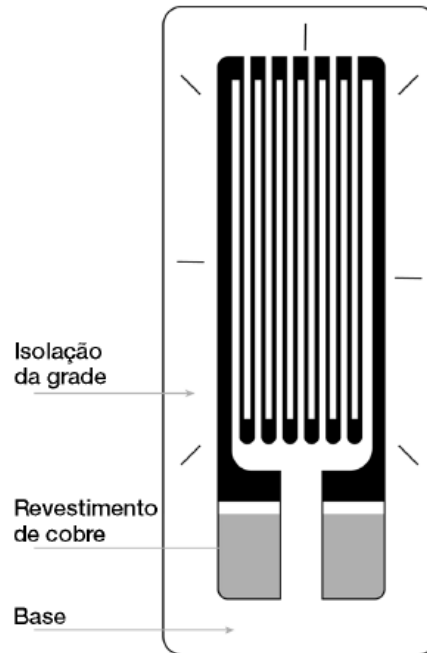
## **2.12 Extensômetria**

Os extensômetros se utilizam do princípio da relação que existe entre tensões e deformações em corpos submetidos a solicitações mecânicas, como estabeleceu Hooke. O seu objetivo é medir as deformações superficiais em corpos que são submetidos a forças mecânicas.

Esse meio de medição é caracterizado pelo chamado "fator de gauge", o qual especifica a sensibilidade do sensor, tendo como sinal de entrada a variação de deformação e saída, a variação de resistência. "Cabe observar que qualquer fenômeno responsável por uma deformação mecânica pode ser analisado por meio de extensômetros de resistência elétrica, como, por exemplo, medições de pressão, deslocamento, temperatura, torque, vazão, força, entre outras grandezas."

Extensômetros do tipo folha são construídos com dois elementos: a base, que é uma lâmina fina que serve de base para a grade, possibilita sua colagem no corpo de prova e isola eletricamente da superfície e a grade, formada por uma liga metálica, servindo de elemento resistivo. Para o uso, basta colar o sensor no local onde se deseja fazer as medições, quando ocorre a aplicação de força que gera a deformação, o extensômetro muda seu comprimento gerando uma mudança na resistência elétrica (BALBINOT, 2019).

Figura 4 - Extensômetro



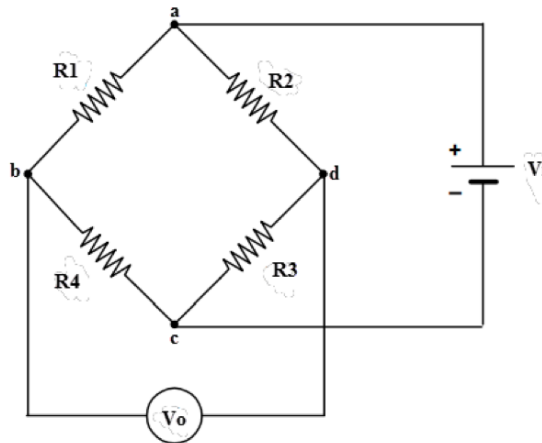
Fonte: Groover, 2017

### 2.12.1 Ponte de Wheatstone

A ponte de Wheatstone é um circuito capaz de compensar resistores elétricos, através de resistores conhecidos e realizar medições de variações presentes em resistências elétricas com precisão. (HOFFMANN, 1989).

O circuito possui quatro braços resistivos conectados com uma fonte de alimentação entre dois pontos centrais presentes na ponte, conforme mostra a Figura 5. Assim, esta estrutura possui pares divisores independentes, sendo um deles fixo, e o outro par utilizado para fazer as medições das variações das resistências.

Figura 5 – Ponte de Wheatstone



Fonte: Adaptado de Adolfato, Camacho e Brito (2004)

Dentro do método de medição de deformação, há 4 (quatro) tipos mais frequentes de ligações da ponte de Wheatstone com extensômetros. A ligação de  $\frac{1}{4}$  de ponte, a ligação com  $\frac{1}{2}$  ponte e a ligação em ponte completa, sendo que a configuração da ponte a ser utilizada depende do estado de tensão no local de medição. (HOFFMANN, 1989). A configuração utilizada nos experimentos práticos foi a ligação de  $\frac{1}{4}$  de ponte, conforme mostra a Tabela 1.

Tabela 1 – Ponte de Wheatstone

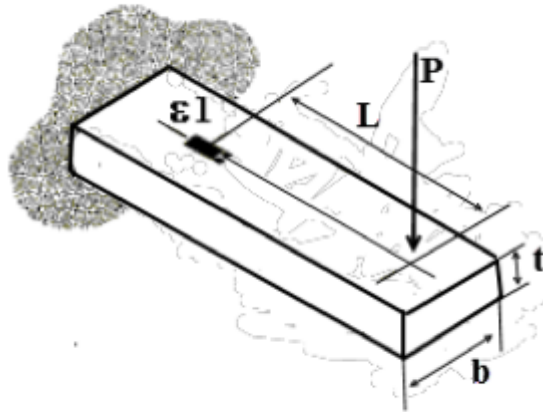
CONFIGURAÇÃO DA PONTE DE WHEATSTONE			
Modelo representativo	Extensômetro	Esquema representativo	Sinal de saída
	Ligação		
	1 ativo		$\frac{V_0}{V_i} = \frac{K_{gauge}}{4} \times \epsilon$
	2 fios		
	Sem compensação de temperatura		

Fonte: Os autores, 2021

### 2.12.2 Cálculo da deformação

Em uma viga engastada, o extensômetro deve ser posicionado na linha central da barra conforme mostra a Figura 6, para que o mesmo não sofra cargas torcionais, ocasionando assim uma divergência nos resultados obtidos.

Figura 6 – Barra retangular sob flexão.



Fonte: Barreto Junior (2017).

Quando uma viga é solicitada a carregamentos de flexão, a deformação é pode ser calculada através da Equação 13 (Barreto Junior, 2017), onde o valor de  $P$  é referente a força de flexão aplicada a barra;  $E$  o módulo de elasticidade do material da barra;  $b$ ,  $t$  e  $L$ , são valores dimensionais da barra.

$$\varepsilon = \frac{6 \times P \times L}{E \times b \times t^2} \quad (13)$$

Para o equacionamento matemático com vistas a encontrar o valor numérico da deformação gerada por um esforço na viga engastada, foi utilizada a equação do sinal de saída do extensômetro, isto é, o valor numérico indicado pelo extensômetro quando é deformado (mostrado na Tabela 1) e isolado o termo  $\varepsilon$  deformação.

Assim, para a ligação de  $\frac{1}{4}$  de ponte, onde  $V_i$  e  $V_o$  representam a tensão de entrada e saída da ponte; e  $K_{gauge}$  o fator de sensibilidade do extensômetro, temos

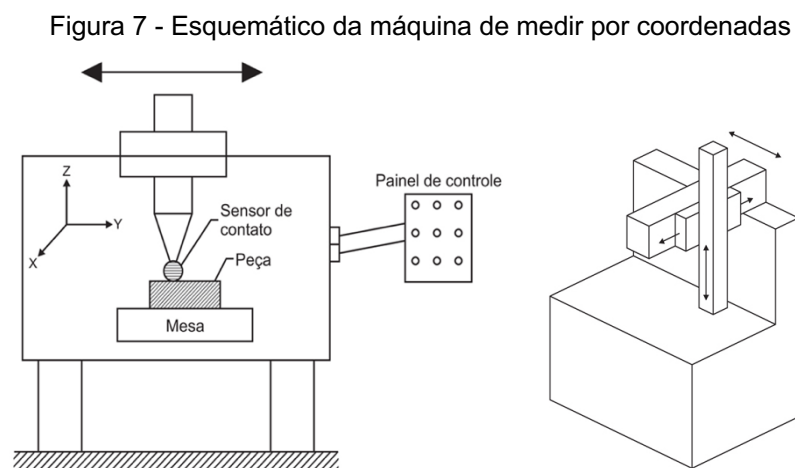
que a deformação no extensômetro  $\varepsilon$ , segundo Barreto Junior (2017) pode ser descrita pela Equação 14.

$$\varepsilon = \frac{V_0}{V_i} \times \frac{4}{K_{gauge}} \quad (14)$$

### 2.13 Máquina de medir por coordenadas

Com a evolução do mundo globalizado, veio a necessidade da realização de medições de alta qualidade com maior velocidade. Tal fato, fez com que os processos de medições fossem automatizados, surgindo então as máquinas de medir por coordenadas (MMC), com medições rápidas, de qualidade e com alta exatidão. Essas máquinas possuem movimentação nos três eixos (X, Y e Z), sendo ideais para cotas complexas. O funcionamento desses tipos de máquinas se dá por meio da determinação de pontos de peças que precisam ser verificados para determinar parâmetros geométricos.

Os pontos são feitos por um sensor de contato eletrônico com apalpadores, delimitando a peça medida. Os dados coletados pelos apalpadores são processados por computadores ou calculadoras, assim resultando na medida analisada. Existem 10 tipos de MMC, cada qual com sua aplicação específica. Neste trabalho foi utilizada a MMC do tipo braço em balanço com mesa fixa, essa possui três componentes que se deslocam ao longo de guias perpendiculares entre si, com a medição sendo feita no primeiro componente (NETO, 2018).



Fonte: Neto, 2018



### 3 METODOLOGIA

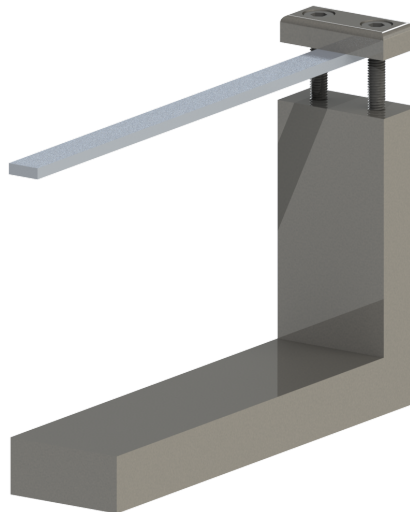
#### 3.1 Projeto Conceitual

Com base nos conceitos apresentados sobre vigas engastadas, e sua fundamentação teórica, foi idealizado um dispositivo onde sua estrutura fosse suficientemente rígida para não sofrer deslocamentos e deformações que impactassem as medições práticas, porém, por outro lado, como o dispositivo seria utilizado nas salas de aula, deveria ser de fácil transporte e armazenamento.

#### 3.2 Elaboração do modelo CAD/CAE

Foi projetado através do software SolidWorks um dispositivo de aproximadamente 7,7 quilos que comporta vigas de diferentes materiais com até 20 mm de largura, 20 mm de altura e 400 mm de comprimento, sendo regulado através de dois parafusos M10 na parte superior do dispositivo, conforme mostra a Figura 8. Os desenhos de fabricação estão no Apêndice A.

Figura 8 – Regulagem com parafusos



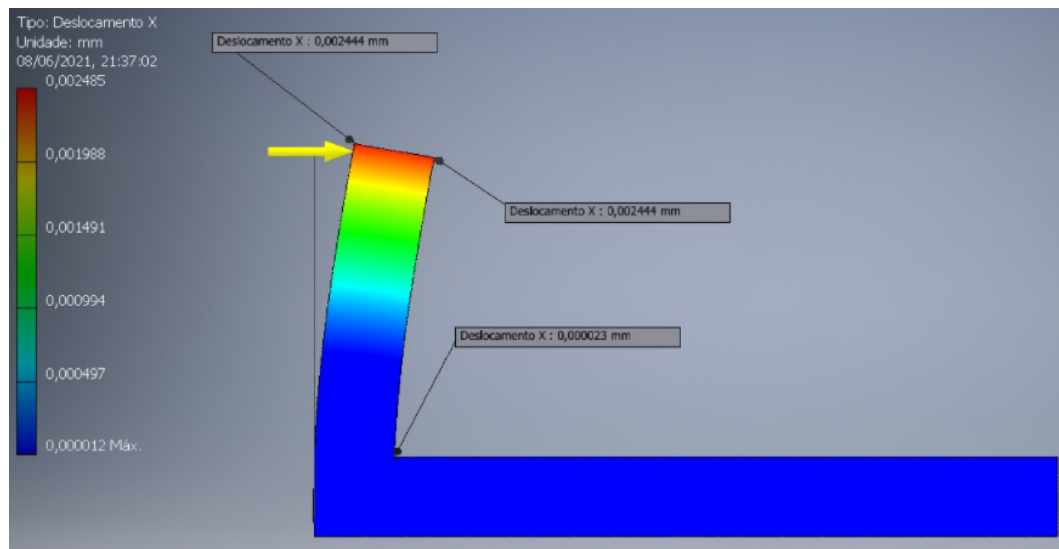
Fonte: Os autores, 2021

### 3.3 Rigidez da estrutura

Com o modelo CAD, foi criado o modelo CAE através do software *Autodesk Inventor Stress Analysis* (programa de simulação por elementos finitos) para avaliar a rigidez da estrutura confeccionada em aço carbono 1045 e a sua possível influência nos cálculos da viga engastada.

A Figura 9 mostra o resultado da simulação da estrutura em uma condição extrema. Com um esforço de 100 N (5 vezes o peso máximo possível de ser colocado na viga engastada) atuando perpendicularmente ao corpo do dispositivo. O deslocamento máximo seria de apenas 0,002485 milímetros, representando uma variação de 0,00001915° no ângulo inicial, portanto sendo insignificante para os cálculos da planilha, simulação e dados obtidos experimentalmente, permitindo com que a estrutura fosse considerada como rígida ou sem deformação.

Figura 9 - Simulação da estrutura



Fonte: Os autores, 2021

### 3.4 Planilha de cálculos

A planilha de cálculos foi desenvolvida no programa Excel, tendo como objetivo criar uma interface didática para o usuário inserir os dados de entrada da viga engastada a ser estudada, tornando a análise visual e intuitiva das grandezas

relacionadas ao esforço aplicado na viga. O Apêndice B mostra a planilha de cálculos desenvolvida.

### 3.4.1 Dados de entrada

#### 3.4.1.1 Dimensões e material da viga

A planilha permite alterar todas as dimensões da viga a ser analisada e seu material, através dos campos: Comprimento total da viga, largura, altura, material da viga, módulo de elasticidade da viga e limite de escoamento da viga. De forma a atender uma vasta gama de possibilidades de tipos de viga engastada.

#### 3.4.1.2 Esforço aplicado

É possível utilizar diferentes medidas de massa, através do campo "massa do peso aplicado". E definir o posicionamento do esforço em qualquer ponto da viga engastada, utilizando o campo "ponto de aplicação de força".

#### 3.4.1.3 Ponto analisado

O ponto analisado na viga é independente do ponto onde o esforço é aplicado, podendo ser definido antes, no mesmo local ou depois da força aplicada através do campo "Ponto analisado em "x". A planilha foi configurada para permitir a aplicação de extensômetros na face superior ou inferior, permitindo ao usuário a escolha da face desejada através do campo "Ponto analisado em "y". A planilha não contempla esforços de torção, por este motivo, não há um campo onde se possa analisar pontos diferentes no eixo "z".

#### 3.4.1.4 Dados do extensômetro

Para ser compatível com a ponte de Wheatstone utilizada neste projeto, o extensômetro utilizado deve possuir uma resistência de 120 ohms, e dependendo de seu fornecedor, o fator do extensômetro " $K_{\text{gauge}}$ " pode variar, para isso este fator deve ser digitado no campo "Fator do extensômetro ( $K_{\text{gauge}}$ )".

#### 3.4.1.5 Valor Arduíno

No campo "Valor Arduíno" deve ser digitado o valor numérico adimensional mostrado pelo Arduíno através do circuito eletrônico desenvolvido, este valor por sua vez será utilizado no cálculo da deformação.

#### 3.4.2 Dados de saída teóricos

##### 3.4.2.1 Esforços e Tensões resultantes

O campo "Força aplicada" mostra a força em Newton relativa à massa do peso digitado. Já os campos; Momento Fletor, Esforço Cortante, Momento de Inércia e Tensão de Von Mises Máxima, Tensão Normal e Tensão de Cisalhamento, são resultado das equações descritas na fundamentação teórica. O campo "Relevância do cisalhamento" indica o percentual de relevância da tensão de cisalhamento em relação a Tensão Normal.

##### 3.4.2.2 Deslocamento

A planilha permite através do campo "Deslocamento teórico no ponto analisado" a análise do deslocamento em qualquer ponto da viga engastada. Este deslocamento pode ser medido antes, no mesmo local ou depois da força aplicada. O campo "Deslocamento teórico na força aplicada" já indica diretamente o deslocamento teórico da viga em relação ao ponto onde a força está aplicada.

##### 3.4.2.3 Critério de falha – Von Mises

Através do campo "Critério de falha – Von Mises", a planilha alerta se a tensão máxima aplicada na viga ultrapassará a tensão de limite de escoamento ou não. Este alerta é feito através de um campo indicativo que informa se o material estará no seu regime elástico ou se entrará em escoamento. Se o material entrar em escoamento, os cálculos da planilha não são aplicáveis, visto que foram feitos com base no regime elástico.

#### 3.4.2.4 Deformação teórica

Através da Equação 14, o campo "Deformação teórica no ponto analisado" indica a deformação no ponto especificado para ser analisado.

#### 3.4.3 Dados de saída experimentais (extensômetro)

##### 3.4.3.1 Deformação

Através da utilização do extensômetro em um ponto especificado da viga, o campo "Deformação Medida pelo Extensômetro" indica sua respectiva deformação.

##### 3.4.3.2 Tensão Normal

A tensão normal no ponto onde está fixo o extensômetro é uma relação direta entre o módulo de elasticidade da viga e a deformação medida pelo extensômetro, e seu valor é indicado pelo campo "Tensão Normal experimental no ponto analisado".

##### 3.4.3.3 Relação experimental/teórica

O campo "Relação experimental / teórica (tensão e deformação)" indica a diferença em percentual dos dados calculados através da planilha (teóricos) e dos dados obtidos através do extensômetro (experimentais).

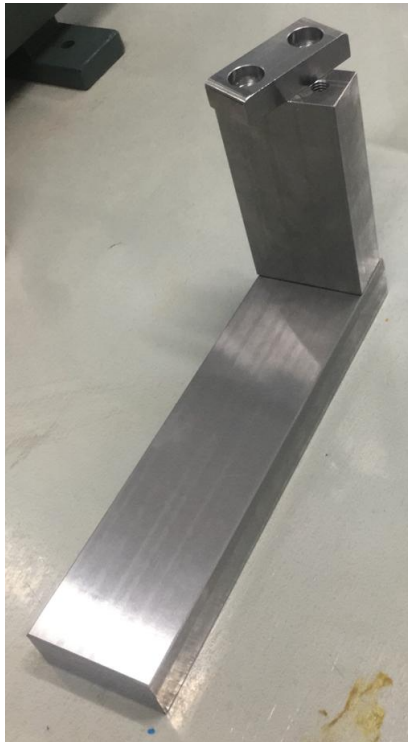
#### 3.4.4 Funcionamento da planilha de cálculos

A planilha de cálculos desenvolvida possui uma série de avisos ao usuário em caso de incoerência no preenchimento nos dados de entrada, e também indica quando há coerência nos mesmos. Um fluxograma de processo foi criado para demonstrar de forma visual o funcionamento da planilha, conforme mostra o Apêndice C.

### 3.5 Fabricação do Dispositivo

Para a fabricação das três peças do dispositivo, foram utilizadas barras de aço 1045, conforme desenhos no Apêndice A, para a usinagem e adequação das medidas projetadas, foi utilizada a máquina Fresadora CLARK, 2 VSE, ISO-40 - 3HP.

Figura 10 – Base do dispositivo usinada

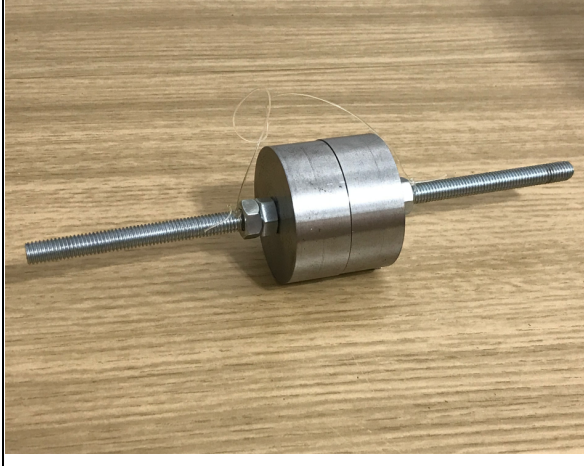



Fonte: Os autores, 2021

No acoplamento dos pesos na viga engastada, foi utilizada uma barra roscada, pesos de aço 1045 usinados em torno CNC NARDINI LOGIC 195 III conforme desenho "PI05" no Apêndice A, porcas de fixação para os pesos e um fio de nylon de 0,5 mm de diâmetro e peso desprezível.

Os pesos dos conjuntos utilizados nos testes experimentais foram medidos através da balança de precisão do fabricante METRA, e estão evidenciados na Tabela 2.

Tabela 2 – Conjunto de Pesos

CONJUNTO DE PESOS	
Massa: 0,6679 kg	Massa: 1,2618 kg
	

Fonte: Os autores, 2021

### 3.6 Definição e especificação da viga utilizada

Foi definido o material alumínio para os ensaios práticos na viga engastada devido ao seu módulo de elasticidade e limite de escoamento ser um dos menores em relação aos demais materiais, sofrendo assim mais impacto com os esforços aplicados na viga.

Para a definição da liga de alumínio, foi retirada uma amostra da viga e foram feitos ensaios de dureza utilizando o equipamento MICROHARDNESS TESTER FM-800, que indicou uma dureza média de aproximadamente 96 vickers, característica de alumínio 6061 trefilado, conforme INÁCIO, M. J; JUNIOR, A. B. C., que também mostra que o módulo de elasticidade desta liga é de 62 GPa, e o limite de escoamento é 55,158 MPa, dados estes, confirmados experimentalmente através das comparações dos resultados obtidos entre a máquina de medir por coordenadas e a simulação com elementos finitos, vide tópico 4.1.2.

As dimensões da viga utilizada nos ensaios foram de 6,3 milímetros de altura, 19 milímetros de largura e 400 milímetros de comprimento, sendo que no comprimento, apenas 321 milímetros ficaram em balanço, os demais ficaram engastados no dispositivo.

Figura 11 - Viga utilizada

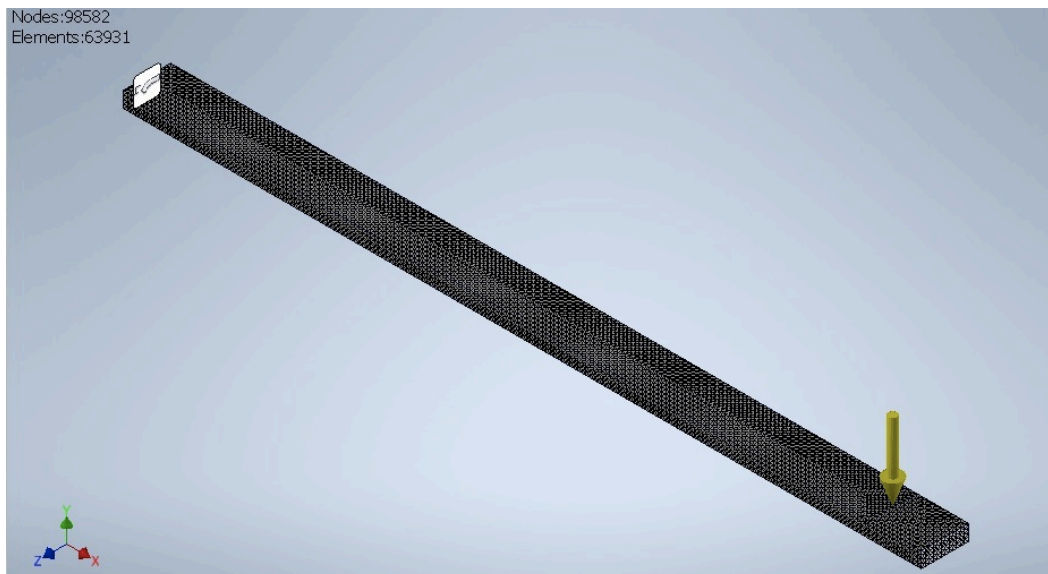


Fonte: Os autores, 2021

### 3.7 Aquisição de dados através da simulação com elementos finitos

Tendo em vista que o corpo do dispositivo era suficientemente rígido e sem deformações relevantes ao estudo, o modelo para análise com a simulação dos elementos finitos foi simplificado, se resumindo a apenas à viga engastada, com as mesmas propriedades mecânicas e dimensões da viga utilizada nas medições práticas, conforme Figura 12.

Figura 12 - Viga Engastada no Simulador por elementos finitos



Fonte: Os autores, 2021



Com o objetivo de fazer uma comparação com os dados obtidos pelos outros métodos de medição, foi padronizada a utilização dos conjuntos de pesos evidenciados na Tabela 2 para simular dois carregamentos distintos. Também foram definidos três pontos de análise para Tensão Normal e Deslocamento na viga engastada, a 150, 200 e 250 milímetros de distância da base engastada e apenas um ponto de análise de deformação a 130 milímetros do engaste (distância na qual o extensômetro foi posicionado). Para a simulação, foi utilizada uma malha de 0,005 milímetros.

Figura 13 – Dados das simulações com peso de 0,6697 kg

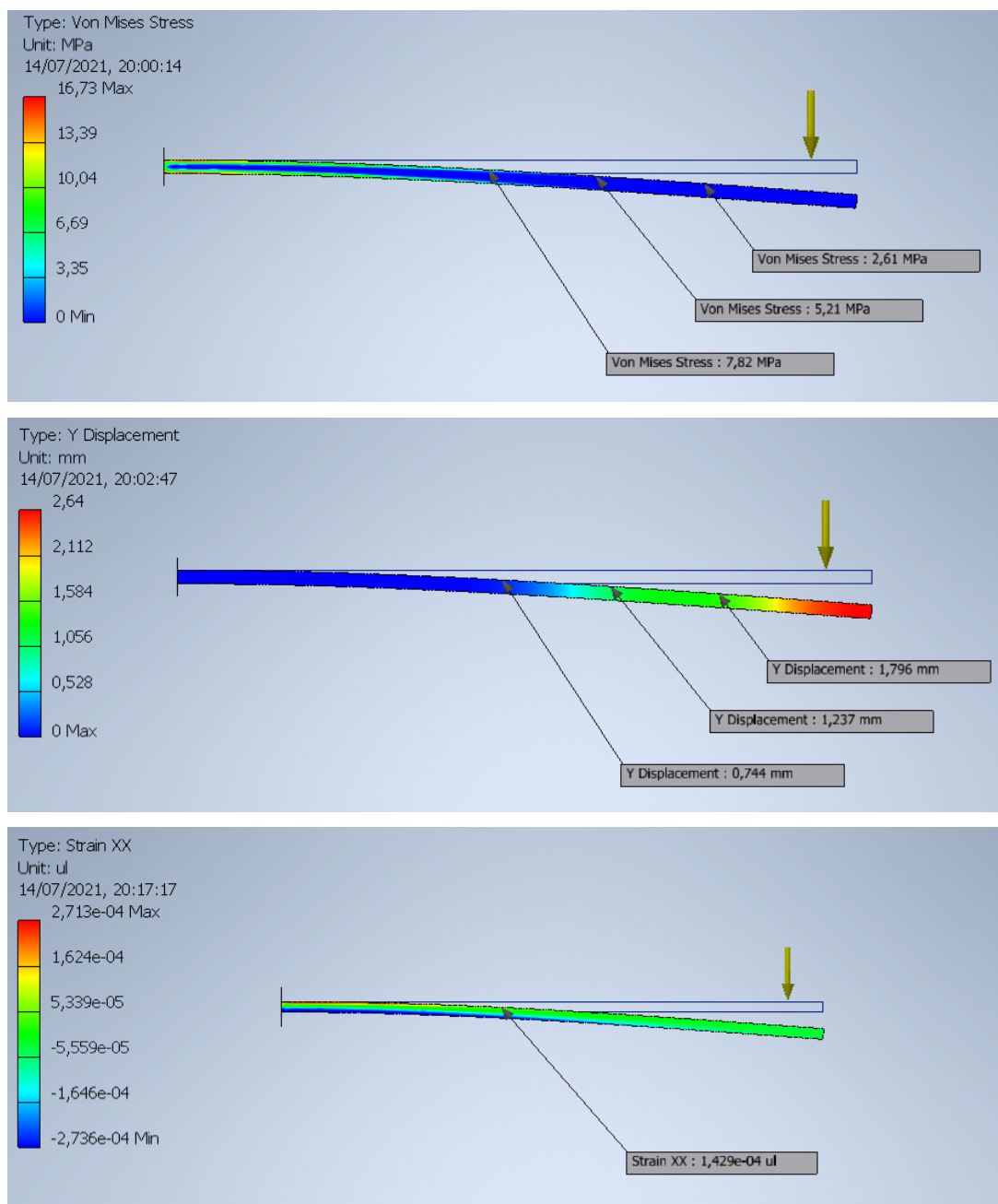
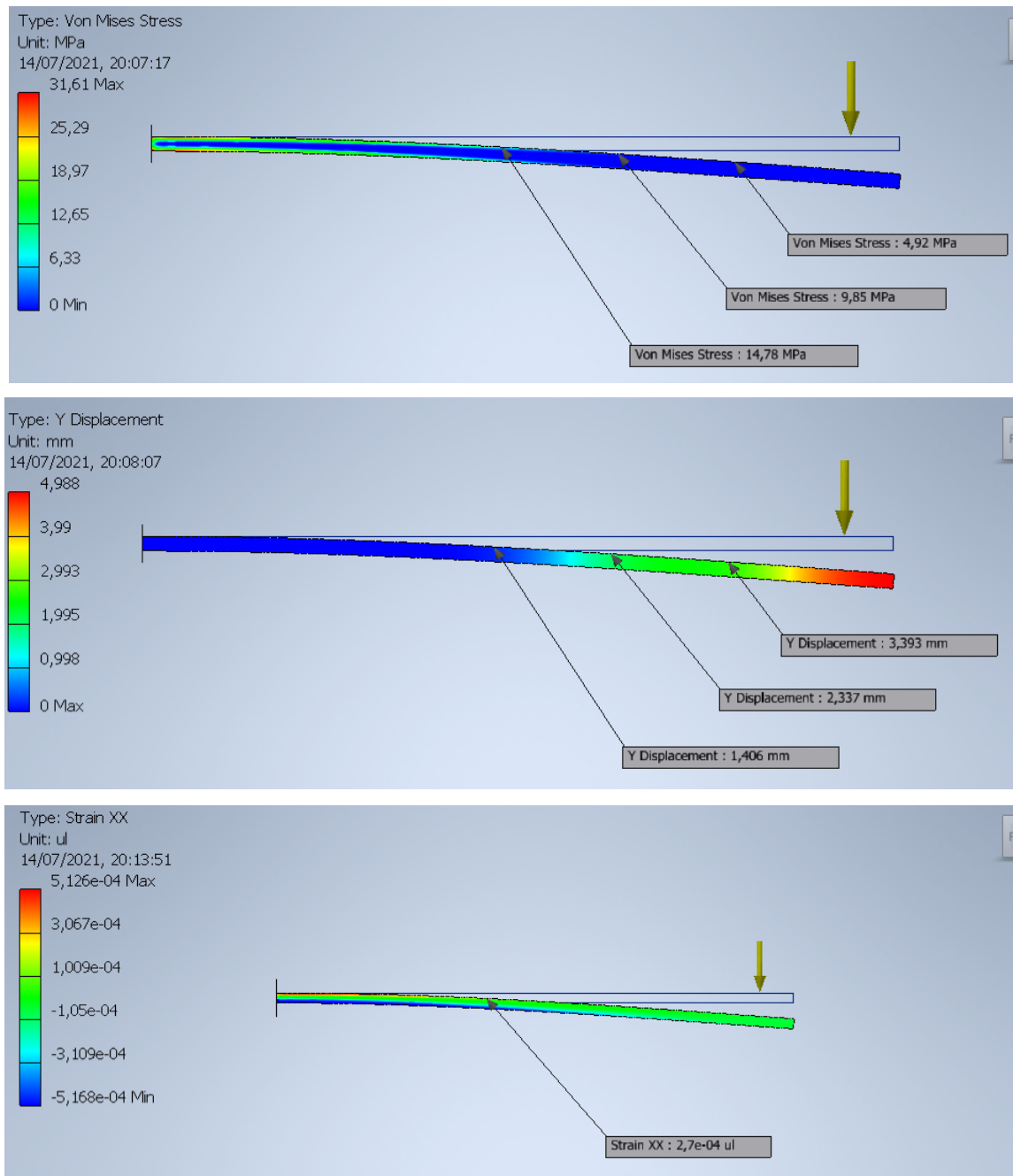


Figura 14 – Dados das simulações com peso de 1,2618 kg



Fonte: Os autores, 2021

Os dados obtidos através da simulação com elementos finitos pelo software *Autodesk Inventor Stress Analysis* estão agrupados na Tabela 3.

Tabela 3 - Dados da simulação por elementos finitos da viga engastada

<b>SIMULAÇÃO COM ELEMENTOS FINITOS</b>			
<b>Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm</b>			
<i>Distância a partir da base engastada</i>	<i>Deformação (m/m)</i>	<i>Deslocamento (mm)</i>	<i>Tensão (MPa)</i>
130 mm	0,0001429	-	-
150 mm	-	0,744	7,82
200 mm	-	1,237	5,21
250 mm	-	1,796	2,61
<b>Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm</b>			
<i>Distância a partir da base engastada</i>	<i>Deformação (m/m)</i>	<i>Deslocamento (mm)</i>	<i>Tensão (MPa)</i>
130 mm	0,0002700	-	-
150 mm	-	1,406	14,78
200 mm	-	2,337	9,85
250 mm	-	3,393	4,92

Fonte: Os autores, 2021

### 3.8 Aquisições de dados através da máquina de medir por coordenadas

Para avaliar experimentalmente o deslocamento vertical da viga engastada sendo submetida a um esforço, foi utilizada a máquina de medir por coordenadas MITUTOYO QM-MEASURE 353.

Foram realizadas medições do deslocamento da viga engastada utilizando os dois conjuntos de pesos evidenciados na Tabela 2. Para cada conjunto de peso, foram medidos o deslocamento três vezes em cada um dos três pontos da viga definidos anteriormente para a análise; 150, 200 e 250 milímetros a partir da base engastada.

Para as medições, inicialmente foi referenciada a base da máquina de medir por coordenadas, em seguida foram realizadas medições sem o conjunto de pesos para, e posteriormente com o conjunto de pesos, sendo feito esse procedimento em cada ponto analisado. Os dados obtidos estão na Tabela 4.

Tabela 4 - Medições com máquina de medir por coordenadas

<b>MEDIÇÕES: MÁQUINA DE MEDIR POR COORDENADAS</b>				
<b>Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm</b>				
<i>Distância a partir da base engastada</i>	<i>Deslocamento (medição 1)</i>	<i>Deslocamento (medição 2)</i>	<i>Deslocamento (medição 3)</i>	<i>Média (mm)</i>
150 mm	0,7505 mm	0,7500 mm	0,7445 mm	0,7483 mm
200 mm	1,2278 mm	1,2163 mm	1,2237 mm	1,2226 mm
250 mm	1,7838 mm	1,7833 mm	1,7794 mm	1,7822 mm
<b>Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm</b>				
<i>Distância a partir da base engastada</i>	<i>Deslocamento (medição 1)</i>	<i>Deslocamento (medição 2)</i>	<i>Deslocamento (medição 3)</i>	<i>Média (mm)</i>
150 mm	1,4278 mm	1,4206 mm	1,4172 mm	1,4219 mm
200 mm	2,3101 mm	2,3302 mm	2,3981 mm	2,3461 mm
250 mm	3,4182 mm	3,3148 mm	3,3522 mm	3,3617 mm

Fonte: Os autores, 2021

### 3.9 Aquisição de dados através do extensômetro

#### 3.9.1 Método de colagem do extensômetro

A fim de reduzir o erro das medidas pela instrumentação do extensômetro foram necessários alguns cuidados durante a preparação do corpo de prova e colagem do extensômetro. Primeiramente foi feita a limpeza dos óxidos e saliências, de maneira a remover as impurezas com a lixa. Após esta primeira limpeza, foi utilizado álcool para eliminar o resíduo oleoso da superfície. Em seguida, para conseguir a superfície ideal, esta foi lixada com lixa para metais de granulometria 600, com movimentos de maneira a se obter os riscos de grãos da lixa desordenadamente para maior aderência do adesivo, conforme mostra a Figura 15.

Figura 15 - Lixamento da superfície



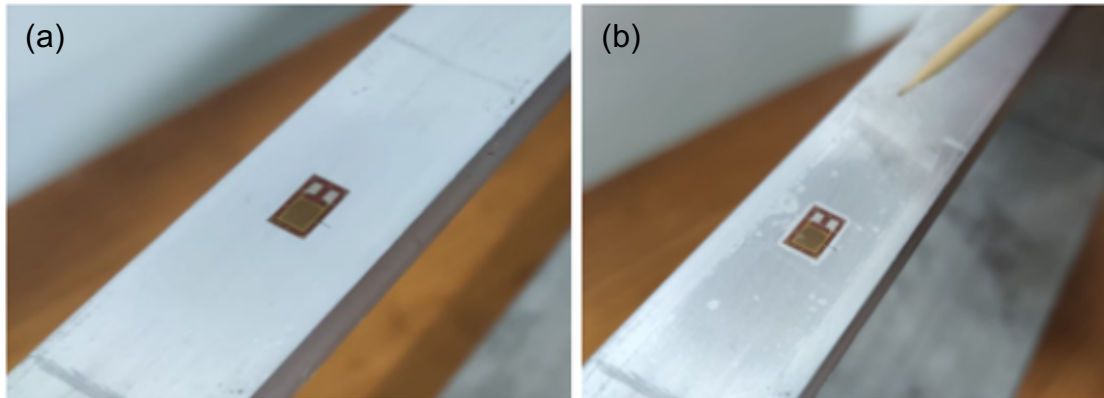
Fonte: Os Autores, 2021

O local onde o extensômetro iria ser instalado foi marcado com uma ferramenta pontiaguda criando risco no corpo de prova para não contaminar a superfície com lubrificantes como o grafite. Após a marcação, procedeu-se nova limpeza com álcool.

A escolha do adesivo a base de Cianocrilato (TEKBOND - 793) foi baseada no estudo de BARRETO JUNIOR (2017), pois é compatível com todos os tipos de extensômetro e admite temperaturas de trabalho ( $-38^{\circ}\text{C}$  a  $+70^{\circ}\text{C}$ ) convenientes para o estudo em questão.

Primeiramente o extensômetro foi posicionado sobre a viga (Figura 16- a) e fixado a um pedaço de fita (Figura 16- b).

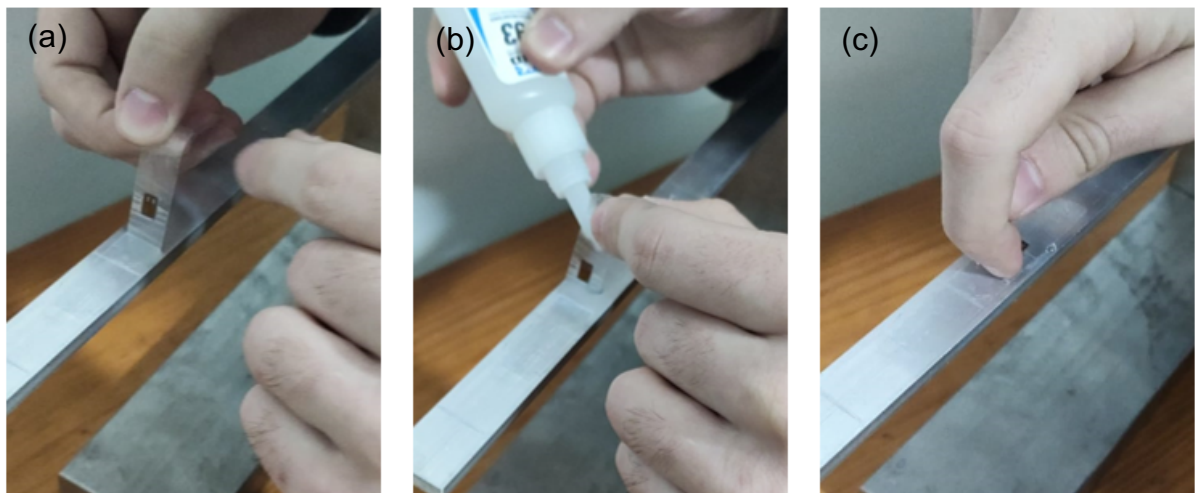
Figura 16 - Posicionamento do extensômetro



Fonte: Os Autores, 2021

Com o extensômetro corretamente posicionado, a fita foi cuidadosamente retirada juntamente com o extensômetro (Figura 17-a), aplicado o adesivo (Figura 17-b), posteriormente, a fita com o extensômetro foi reposicionada, aplicando pressão contra a peça, para uma melhor fixação (Figura 17-c). Com o extensômetro colado, a fita foi cuidadosamente removida.

Figura 17 - Colagem do extensômetro



Fonte: Os Autores, 2021

Após a cura da cola, efetuou-se a verificação da resistência do extensômetro e se respondia a deformação alterando sua resistência como era esperado. Com a confirmação do funcionamento do extensômetro foi dado continuidade ao processo de aquisição de dados com o extensômetro.



### 3.9.2 Especificação do Extensômetro utilizado

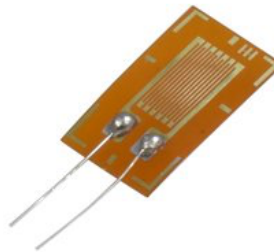
As especificações do extensômetro elétrico uniaxial, selecionado para a medição de deformação longitudinal na superfície da viga, estão listadas na Tabela 6, sendo o mesmo apresentado na Figura 18.

Tabela 5 - Especificações do Extensômetro

EXPECIFICAÇÕES DO EXTENSÔMETRO	
<b>Tipo</b>	Medidor de tensão de resistência de folha
<b>Modelo</b>	BX120-3AA
<b>Dimensões da base</b>	6,6 x 3,3 mm
<b>Dimensões da área sensível</b>	3,0 x 2,0 mm
<b>Resistência</b>	120 Ohms
<b>Base do material</b>	Fenólica
<b>Range de temperatura</b>	-30°C até 70°C
<b>Fator Gauge</b>	2,1

Fonte: Adaptado de Fabian Enterprises

Figura 18 – Extensômetro utilizado



Fonte: Fornecedor Fabian Enterprises

### 3.9.3 Circuito eletrônico

Foi construído um circuito eletrônico com o objetivo de medir a deformação do extensômetro e apresentar o valor correspondente no monitor do computador. O circuito foi constituído por: (1) Ponte de Wheatstone com um Extensômetro, (2) Módulo conversor HX711 e (3) Arduíno.

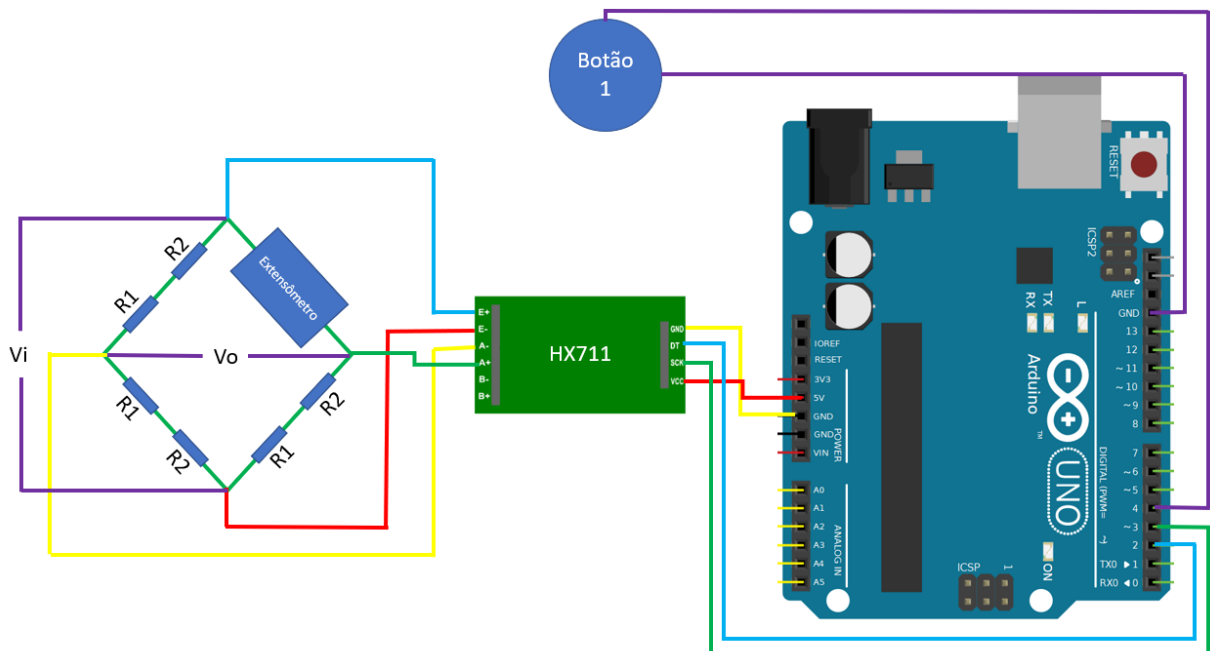
A ponte de Wheatstone foi montada com um extensômetro de 120  $\Omega$  em um dos seus lados, e nos outros três, por duas resistências em série, R1 (100  $\Omega$ ) e R2 (22  $\Omega$ ). O módulo conversor HX711 é responsável por converter o sinal analógico,

emitido pelo extensômetro, em digital, servindo de interface entre a ponte de Wheatstone e o Arduíno, como está esquematicamente representado na Figura 19, e instalado conforme Figura 20.

O Arduíno por sua vez é conectado a um computador que programa o mesmo para o processamento e leitura dos dados emitidos pelo extensômetro, mostrando os valores obtidos em seu monitor.

O botão 1 foi introduzido para referenciar a leitura inicial da ponte de Wheatstone à leitura zero do Arduíno, quando não há aplicação de carga sobre a viga, diminuindo assim a influência dos ruídos iniciais provenientes do sistema e/ou fatores externos e possíveis perdas de referência durante os ensaios.

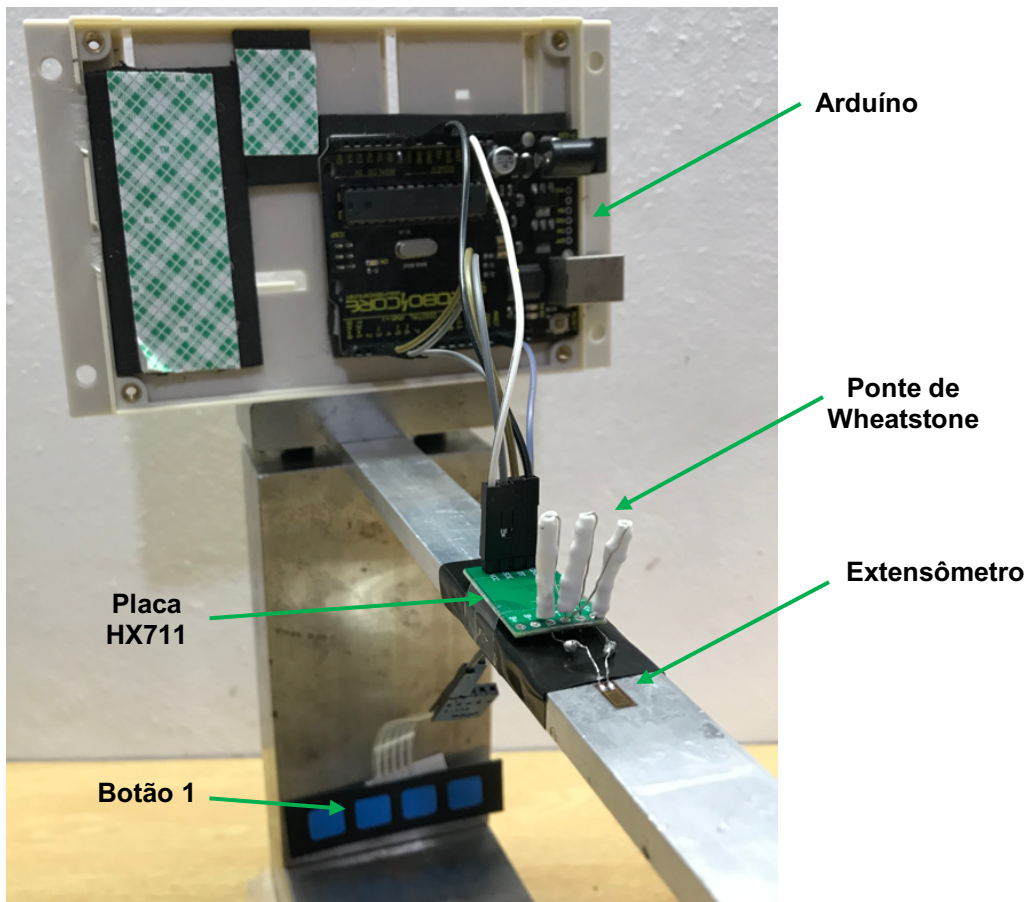
Figura 19 - Circuito para aquisição de dados do extensômetro



Fonte: Os Autores, 2021



Figura 20 – Circuito Eletrônico utilizado



Fonte: Os autores, 2021

### 3.9.4 Leitura de deformação

O módulo eletrônico HX711 funciona como um amplificador e conversor de sinal analógico para digital da divisão de tensão  $V_o$  sobre  $V_i$  (indicada na Equação 14) com resolução de 24 bits, o que acarreta uma leitura de -8.388.608 até 8.388.607 em decimais. Essa leitura é feita de forma serial pela porta 3 do Arduino através do sinal enviado pelo pino SCK do módulo eletrônico.

Como esse sinal está em uma escala diferente da fração  $V_o$  sobre  $V_i$ , pois esta fração variaria no máximo de -1 e 1, foi necessário converter a leitura obtida pelo Arduino através de um fator  $F_1$ . O fator  $F_1$  foi calculado aplicando uma força conhecida sobre a viga (0,6679 kg ou 6,5499 N), obtendo uma leitura pura do Arduino (157000), e tendo o valor teórico de deformação através do software *Autodesk Inventor Stress Analysis* (0,0001429 m/m), assim com base na Equação 14, foi criada a Equação 15, que mostra o cálculo para a definição do fator  $F_1$ .

$$F_1 = \frac{\varepsilon}{\frac{v_0}{v_i}} \times \frac{K_{gauge}}{4} = \frac{0,0001429}{157000} \times \frac{2,1}{4} = 4,7785 \times 10^{-10} \quad (15)$$

Após a definição do fator, outros pontos da viga foram analisados, e diferentes esforços foram colocados na viga engastada para avaliar a linearidade do fator  $F_1$  na equação, e os resultados obtidos confirmaram a validade do fator.

### 3.9.5 Medições com o extensômetro e seu circuito eletrônico

O extensômetro foi colado a 130 milímetros da base engastada, e a força foi aplicada da mesma forma que nos demais métodos já descritos, a 300 milímetros do engaste e com os dois conjuntos de pesos conforme a Tabela 2. Foram feitas 5 medições, com o intuito de verificar a repetibilidade do sistema e os resultados são encontrados na Tabela 6.

Tabela 6 - Dados obtidos através do Extensômetro

MEDIÇÕES: EXTENSÔMETRO						
Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm						
<i>Distância a partir da base engastada</i>	<i>Deformação (medição 1)</i>	<i>Deformação (medição 2)</i>	<i>Deformação (medição 3)</i>	<i>Deformação (medição 4)</i>	<i>Deformação (medição 5)</i>	<i>Média (m/m)</i>
130 mm	0,0001434	0,0001402	0,0001398	0,0001429	0,0001429	0,0001418
Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm						
<i>Distância a partir da base engastada</i>	<i>Deformação (medição 1)</i>	<i>Deformação (medição 2)</i>	<i>Deformação (medição 3)</i>	<i>Deformação (medição 4)</i>	<i>Deformação (medição 5)</i>	<i>Média (m/m)</i>
130 mm	0,0002676	0,0002599	0,0002594	0,0002635	0,0002671	0,0002635

Fonte: Os autores, 2021

### 3.10 Medições através da planilha de cálculos

Através da planilha em Excel desenvolvida, foram analisados os mesmos conjuntos de dados anteriormente definidos e obtidos através da simulação numérica (tópico 3.7) e de forma experimental (tópico 3.8 e 3.9). Os resultados calculados estão descritos na Tabela 7.

Tabela 7- Dados da Planilha de Cálculo

<b>MEDIÇÕES COM A PLANILHA DE CÁLCULOS</b>			
<b>Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm</b>			
<i>Distância a partir da base engastada</i>	<i>Deformação (m/m)</i>	<i>Deslocamento (mm)</i>	<i>Tensão (MPa)</i>
130 mm	0,0001429	-	-
150 mm	-	0,7505	7,8170
200 mm	-	1,2452	5,2113
250 mm	-	1,8067	2,6057
<b>Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm</b>			
<i>Distância a partir da base engastada</i>	<i>Deformação (m/m)</i>	<i>Deslocamento (mm)</i>	<i>Tensão (MPa)</i>
130 mm	0,0002700	-	-
150 mm	-	1,4178	14,7689
200 mm	-	2,3525	9,8453
250 mm	-	3,4132	4,9226

Fonte: Os autores, 2021

## **4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS**

Para fazer a análise dos dados obtidos, foram feitas comparações com os dados obtidos de deslocamento, tensão normal e deformação, retirados das análises feitas nas simulações do *AutoDesk Inventor Stress Analysis* (sendo estes utilizados como referência para as análises), dados da planilha de cálculo desenvolvida, extensômetro e medições na máquina de medir por coordenadas.

### **4.1 Comparações de resultados**

#### **4.1.1 Comparação de deslocamento entre simulação por elementos finitos e planilha**

Inicialmente foi realizada a comparação dados obtidos pelo software de simulação e pela planilha de cálculos (Tabela 8), para assim poder comparar e validar os dados obtidos.

Tabela 8 - Comparação de deslocamento entre simulação por elementos finitos e planilha de cálculo

SIMULAÇÃO COM ELEMENTOS FINITOS		CÁLCULOS COM A PLANILHA EM EXCEL		ANÁLISE COMPARATIVA	
Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm			
Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Diferença (mm)	Diferença (%)
150 mm	0,7440	150 mm	0,7505	-0,0065	-0,87%
200 mm	1,2370	200 mm	1,2452	-0,0082	-0,66%
250 mm	1,7960	250 mm	1,8067	-0,0107	-0,60%
<b>Média</b>				<b>-0,0085</b>	<b>-0,71%</b>
Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		ANÁLISE COMPARATIVA	
Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Diferença (mm)	Diferença (%)
150 mm	1,4060	150 mm	1,4178	-0,0118	-0,84%
200 mm	2,3370	200 mm	2,3525	-0,0155	-0,66%
250 mm	3,3930	250 mm	3,4132	-0,0202	-0,60%
<b>Média</b>				<b>-0,0158</b>	<b>-0,70%</b>
ANÁLISE GERAL					
Média geral das diferenças			Porcentagem geral da diferença		
<b>-0,0122 mm</b>			<b>-0,71%</b>		

Fonte: Os autores, 2021

A diferença média dos valores obtidos no simulador em relação aos dados obtidos pela planilha ficou em aproximadamente -0,0122 mm, o que representa cerca de -0,71% do valor encontrado no *AutoDesk Inventor Stress Analysis*.

Diferença que pode ser explicada pelo fato de o software utilizar um menor número de aproximações das casas decimais, resultando em uma análise com maior precisão. Outro ponto a se destacar é o tamanho da malha definida, que influencia diretamente nos resultados da simulação obtidos.

#### 4.1.2 Comparação de deslocamento entre simulação por elementos finitos e medições na máquina de medir por coordenadas

A Tabela 9 compara os dados obtidos pelo software de simulação e pelas medições na máquina de medir por coordenadas.

Tabela 9 - Comparação de deslocamento entre simulação por elementos finitos e MMC

SIMULAÇÃO ELEMENTOS FINITOS		MEDIÇÕES: MÁQUINA DE MEDIR POR COORDENADAS		ANÁLISE COMPARATIVA		
Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm				
Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Diferença	Porcentagem da diferença com relação ao valor do deslocamento medido no simulador	Porcentagem da incerteza da tridimensional com relação ao valor do deslocamento medido simulador
150 mm	0,7440	150 mm	0,7483	-0,0043	-0,58%	0,54%
200 mm	1,2370	200 mm	1,2226	0,0144	1,16%	0,32%
250 mm	1,7960	250 mm	1,7822	0,0138	0,77%	0,22%
<b>Média</b>				<b>0,0080</b>	<b>0,45%</b>	<b>0,36%</b>
Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		ANÁLISE COMPARATIVA		
Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Diferença	Porcentagem da diferença com relação ao valor do deslocamento medido no simulador	Porcentagem da incerteza da tridimensional com relação ao valor do deslocamento medido simulador
150 mm	1,4060	150 mm	1,4219	-0,0159	-1,13%	0,28%
200 mm	2,3370	200 mm	2,3461	-0,0091	-0,39%	0,17%
250 mm	3,3930	250 mm	3,3617	0,0313	0,92%	0,12%
<b>Média</b>				<b>0,0021</b>	<b>-0,20%</b>	<b>0,19%</b>
ANÁLISE GERAL						
Média geral das diferenças		Porcentagem geral da diferença		Porcentagem geral da incerteza		
<b>0,0050 mm</b>		<b>0,13%</b>		<b>0,28%</b>		

Fonte: Os autores, 2021

Para a variável de deslocamento, a diferença entre os valores encontrados no software e a máquina de medir por coordenadas ficaram com a média aproximada de 0,0050 mm, representando 0,13% do valor encontrado no *AutoDesk Inventor Stress Analysis*. Essa diferença pode ser explicada pela incerteza dimensional da máquina de medir por coordenadas, que tem o valor de 4 micrômetros para mais ou para menos, representando 0,28% do valor deslocado medido no simulador.

Sendo assim, as variações intrínsecas que a máquina de medir por coordenadas possuem, são maiores que as variações encontradas nas medições realizadas experimentalmente. Os dados da Tabela 9 mostram que a diferença entre os dados analisados não varia expressivamente conforme alteração da massa aplicada ou da distância analisada.

Ressalta-se que além da incerteza de medição apresentada pela máquina, existem outros fatores que podem influenciar nas medições, como condições do ambiente de medição, manuseio da máquina de medição, imperfeições no corpo de prova e posicionamento correto do peso utilizado. Esses fatores são mais profundamente mostrados e analisados em estudos de análise de sistemas de medição (MSA).

#### 4.1.3 Comparação de deslocamento entre planilha e máquina de medir por coordenadas

Tendo como objetivo primário utilizar a planilha de cálculos para confrontar os valores teóricos com os práticos, faz-se necessário a comparação entre a planilha desenvolvida e as medições feitas na MMC. A Tabela 10 mostra os resultados das comparações.

Tabela 10 - Comparação de deslocamento entre planilha e MMC

CÁLCULOS COM A PLANILHA EM EXCEL		MEDIÇÕES: MÁQUINA DE MEDIR POR COORDENADAS		ANÁLISE COMPARATIVA		
Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm				
Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Diferença	Porcentagem da diferença com relação ao valor do deslocamento medido na planilha	Porcentagem da incerteza da tridimensional com relação ao valor do deslocamento medido na planilha
150 mm	0,7505	150 mm	0,7483	0,0022	0,29%	0,53%
200 mm	1,2452	200 mm	1,2226	0,0226	1,81%	0,32%
250 mm	1,8067	250 mm	1,7822	0,0245	1,36%	0,22%
<b>Média</b>				<b>0,0164</b>	<b>1,15%</b>	<b>0,36%</b>
Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		ANÁLISE COMPARATIVA		
Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Distância a partir da base engastada	Deslocamento (mm)	Diferença	Porcentagem da diferença com relação ao valor do deslocamento medido na planilha	Porcentagem da incerteza da tridimensional com relação ao valor do deslocamento medido na planilha
150 mm	1,4178	150 mm	1,4219	-0,0041	-0,29%	0,28%
200 mm	2,3525	200 mm	2,3461	0,0064	0,27%	0,17%
250 mm	3,4132	250 mm	3,3617	0,0515	1,51%	0,12%
<b>Média</b>				<b>0,0179</b>	<b>0,50%</b>	<b>0,19%</b>
ANÁLISE GERAL						
Média geral das diferenças		Porcentagem geral da diferença		Porcentagem geral da incerteza		
<b>0,0172 mm</b>		<b>0,83%</b>		<b>0,27%</b>		

Fonte: Os autores, 2021

As comparações mostram que a porcentagem geral da diferença com a relação aos deslocamentos extraídos da MCC é de 0,83%, com a média geral das diferenças de 0,0172 mm.

As divergências obtidas são decorrentes das incongruências já avaliadas no tópico anterior.



#### 4.1.4 Comparação de tensão normal entre simulação por elementos finitos e planilha

As comparações das tensões entre a simulação por elementos finitos e planilha, apresentadas na Tabela 11 foram feitas como critério adicional de validação.

Tabela 11 - Comparação de Tensão normal entre simulação por elementos finitos e planilha

SIMULAÇÃO COM ELEMENTOS FINITOS		CÁLCULOS COM A PLANILHA EM EXCEL		ANÁLISE COMPARATIVA	
Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm			
Distância a partir da base engastada	Tensão (MPa)	Distância a partir da base engastada	Tensão (MPa)	Diferença (MPa)	Diferença (%)
150 mm	7,82	150 mm	7,8170	0,0030	0,04%
200 mm	5,21	200 mm	5,2113	-0,0013	-0,02%
250 mm	2,61	250 mm	2,6057	0,0043	0,16%
<b>Média</b>				<b>-0,0085</b>	<b>-0,71%</b>
Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		ANÁLISE COMPARATIVA	
Distância a partir da base engastada	Tensão (MPa)	Distância a partir da base engastada	Tensão (MPa)	Diferença (MPa)	Diferença (%)
150 mm	14,78	150 mm	14,7589	0,0111	0,08%
200 mm	9,85	200 mm	9,8453	0,0047	0,05%
250 mm	4,92	250 mm	4,9226	-0,0026	-0,05%
<b>Média</b>				<b>0,0044</b>	<b>0,02%</b>
ANÁLISE GERAL					
Média geral das diferenças			Porcentagem geral da diferença		
<b>0,0032 MPa</b>			<b>0,04%</b>		

Fonte: Os autores, 2021

O resultado da análise mostra uma média das diferenças encontradas de 0,0032 MPa, e 0,04% do percentual com relação aos valores encontrados no software. Contudo, o simulador apresenta apenas duas casas após a vírgula, e alterando os valores da planilha para as mesmas condições, apenas na condição com a massa aplicada de 1,2618 kg a 150 mm da base, apresentaria divergência dos valores, com 14,78 MPa do simulador e 14,77 MPa da planilha, representando apenas 0,07% do percentual com relação aos valores encontrados no simulador.

#### 4.1.5 Comparação de deformação entre simulação por elementos finitos e planilha

Os valores de deformação da simulação por elementos finitos e do cálculo da planilha foram realizados apenas no ponto a 130 mm do corpo do dispositivo, local onde o extensômetro foi colado. Para ambos os pesos analisados os resultados da comparação foram idênticos, sendo 0,0001429 mm/mm para a massa de 0,6679 kg, e 0,0002700 mm/mm para massa de 1,2618 kg.

#### 4.1.6 Comparação de deformação entre planilha e extensômetro

Com o objetivo de analisar a utilização do extensômetro e o funcionamento do circuito eletrônico desenvolvido, a Tabela 12 mostra uma comparação entre a planilha desenvolvida, e as medições experimentais com o extensômetro.

Tabela 12 - Comparação de deformação entre planilha e extensômetro

SIMULAÇÃO COM ELEMENTOS FINITOS		DADOS DO EXTENSÔMETRO		ANÁLISE COMPARATIVA	
Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		Massa aplicada: 0,6679 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm			
Distância a partir da base engastada	Deformação (m/m)	Distância a partir da base engastada	Deformação (m/m)	Diferença (m/m)	Diferença (%)
130 mm	0,0001429	130 mm	0,0001418	<b>0,0000011</b>	<b>0,77%</b>
Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		Massa aplicada: 1,2618 kg / Distância a partir da base engastada: 300 mm		ANÁLISE COMPARATIVA	
Distância a partir da base engastada	Deformação (m/m)	Distância a partir da base engastada	Deformação (m/m)	Diferença (m/m)	Diferença (%)
130 mm	0,0002700	130 mm	0,0002671	<b>0,0000029</b>	<b>1,07%</b>
ANÁLISE GERAL					
Média geral das diferenças			Porcentagem geral da diferença		
<b>0,0000020 m/m</b>			<b>0,92%</b>		

Fonte: Os autores, 2021

O resultado da análise mostra uma média das diferenças encontradas de 0,0000020 m/m, e 0,92% do percentual com relação aos valores encontrados na planilha. Contudo, durante a aquisição dos dados pelo extensômetro e seu circuito

eletrônico, foram encontrados alguns picos de sinal e variações elevadas nos resultados.

Supõe-se que essas variações ocorreram devido a fatores como: ruídos na rede elétrica; falta de aterramento; falta de blindagem eletromagnética nos cabos; mau contato entre as resistências da ponte de Wheatstone, causando falhas entre a conexão da ponte e o extensômetro; mudança de temperatura externa devido a fatores climáticos, pois o ambiente não estava com a temperatura controlada; a não utilização de fatores nos cálculos para compensação da dilatação térmica do extensômetro e da viga; e mudanças de temperatura interna, decorrente ao aquecimento do extensômetro por causa da corrente elétrica que passa por ele, pois conforme afirma WEBER (2008), a sensibilidade a temperatura apresenta considerável interferência nas medições com extensômetro e isto está relacionado ao material utilizado na fabricação dos mesmos; e falhas entre a conexão da ponte de Wheatstone e o extensômetro.

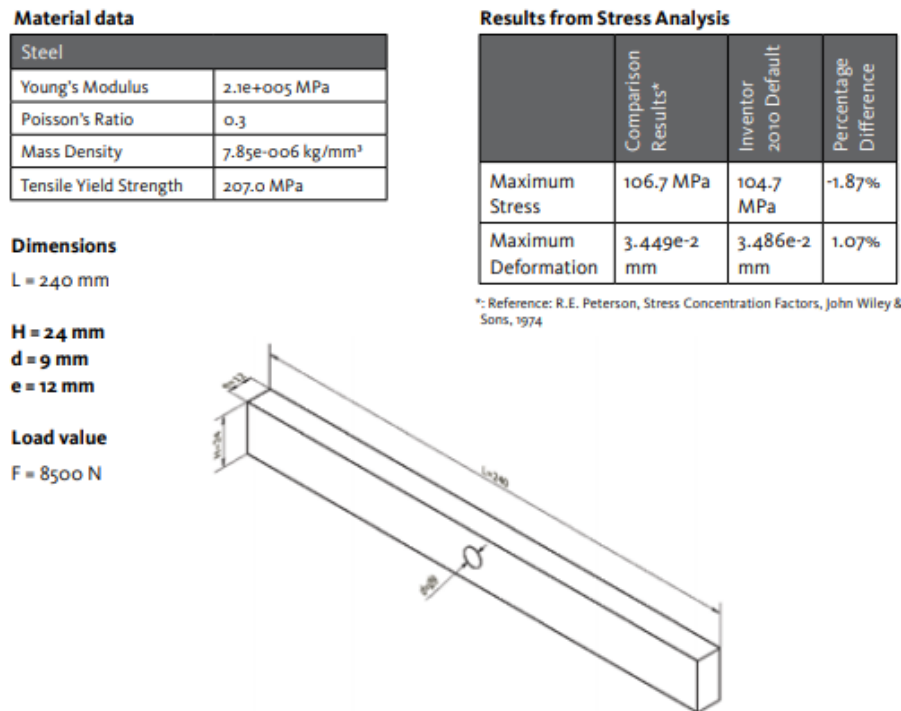
Estes picos de sinal e variações elevadas durante as medições foram filtrados e não considerados nos dados finais apresentados na Tabela 12, por se tratar de erros de medição.

## **4.2 Validação das comparações e resultados obtidos**

Segundo o próprio fabricante do software, *Inventor* (2010), em um estudo realizado para validação de resultados de suas simulações, comparando os valores do software com dados experimentais ou analíticos, os dados de deformação, dependendo das suas características geométricas, podem chegar a uma variação de 2,76% e tensão máxima de até 12,9%. Para uma barra retangular esse valor foi de 1,07% para deformação e -1,87% para tensão máxima, como mostra a Figura 21.

Sendo assim, os valores encontrados na planilha de cálculo desenvolvida são compatíveis com os da literatura e com simulações feitas em CAE. No mesmo contexto, as medições na máquina de medir por coordenadas mostraram valores dentro dessa faixa de variação, trazendo uma boa aproximação dos dados práticos com os teóricos, validando assim o uso da planilha para a utilização didática no curso de Engenharia Mecânica.

Figura 21 - Resultado de validação para uma barra retangular com furo no centro.

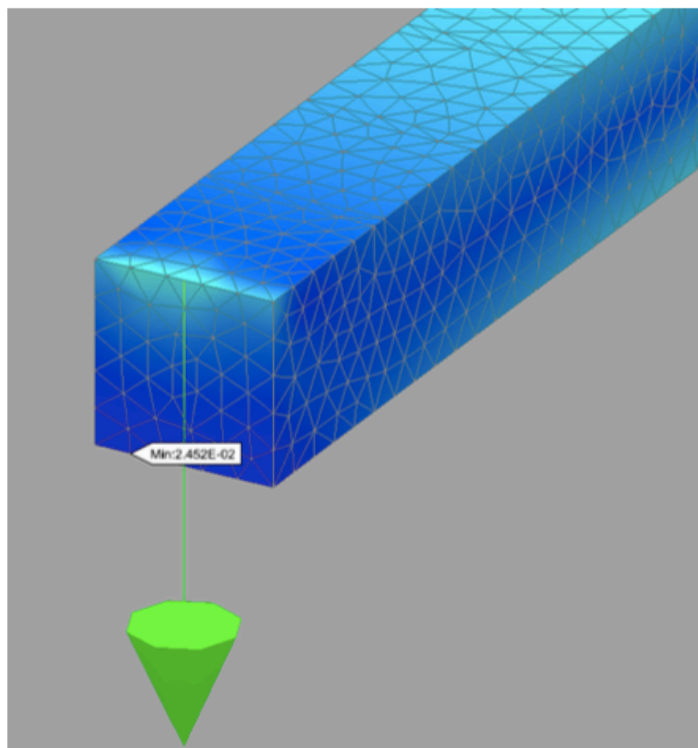


Fonte: Inventor (2010)

### 4.3 Princípio de Saint-Venant

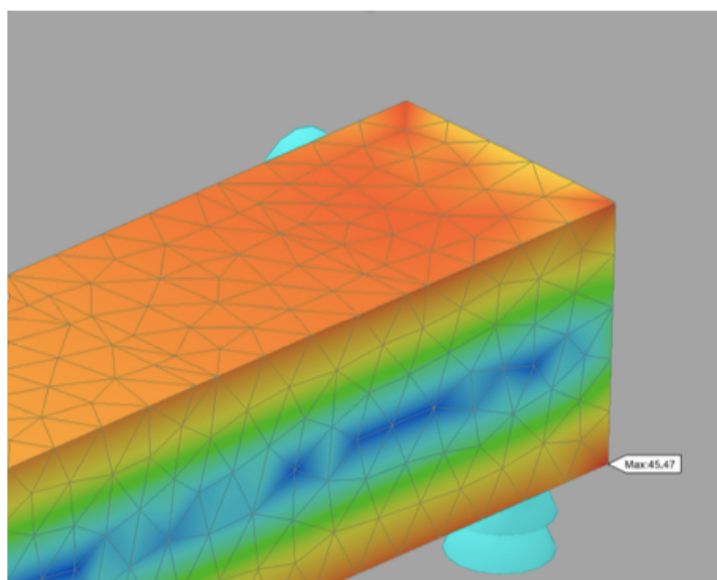
Nas simulações com elementos finitos, foi possível observar o princípio de Saint-Venant ao analisar dois pontos da viga engastada simulada pelo *AutoDesk Inventor Stress Analysis*, onde está sendo aplicado o esforço (Figura 22) e onde a viga está engastada (Figura 23), confirmando a existência desse princípio, pois além de gerar um concentrador de tensão onde a força está sendo aplicada, essa tensão diminui e volta a ser uniforme em toda a seção transversal da barra ao se afastar 1 milímetro desse concentrador de tensão, sendo assim, estes dois pontos de análise podem apresentar divergências maiores do que as analisadas nos tópicos anteriores entre a planilha de cálculos desenvolvida (que não considera o cálculo deste princípio) e a simulação por elementos finitos.

Figura 22 – Força aplicada na viga



Fonte: Os autores, 2021

Figura 23 – Base engastada da viga



Fonte: Os autores, 2021

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As diferenças de resultados obtidas através da comparação entre os meios utilizados (Planilha, Simulação por elementos finitos, máquina de medir por coordenadas e extensômetro) se mostraram percentualmente pequenas e dentro das tolerâncias, tendo como referência as variações toleráveis pelo software de simulação *AutoDesk Inventor Stress Analysis*.

Todas as etapas, desde o modelamento feito no CAD, simulação do corpo do dispositivo em CAE, fabricação por meio de usinagens, montagem das peças, escolha do corpo de prova e suas características físicas, medições na MMC, simulações do corpo de prova com CAE, análises dos resultados obtidos, até as conclusões, foram essenciais para objetivo do trabalho: fabricar e validar um dispositivo que simula esforços em uma viga engastada. Para tal, foi aplicado conhecimentos de diversas fases do curso, abrangendo assuntos de matérias como: Desenho Técnico, Mecânica dos sólidos, Resistência dos materiais, Ciência dos materiais, Estática e dinâmica, Metrologia, Estatística, Método de elementos finitos.

Consoante ao que foi apresentado neste trabalho, foi concluído que o dispositivo que simula esforços em vigas engastadas é aplicável ao uso didático, trazendo resultados muito próximos de softwares de simulação, podendo ser utilizado em diversas etapas de cursos da área mecânica.

Apesar dos resultados positivos, há possibilidade de melhorias nos métodos de aquisição e outras análises estruturais. Como sugestão para trabalhos futuros, é possível empregar e analisar diferentes materiais, assim aumentando a gama de recursos didáticos, bem como realizar ensaios para obtenção do módulo de elasticidade dos materiais, aumentando a precisão dos resultados obtidos. Também aprimorar as técnicas de extensometria, junto aos docentes da área de elétrica, melhorando a aquisição de dados do extensômetro; uma alternativa seria utilizar meia ponte de Wheatstone com um extensômetro ativo e um compensador para diminuir as interferências devido à dilatação térmica.

Por fim, o dispositivo, em conjunto com a planilha de cálculo e medições de deslocamento com a máquina de medir por coordenadas, podem ser utilizados para auxiliar na determinação do módulo de elasticidade de materiais, através dos dados

teóricos da planilha de cálculos, da aplicação de um esforço conhecido na viga engastada e a medição do seu deslocamento real. Esta última sugestão, seria um meio de obter o módulo de elasticidade sem que o material passe por um ensaio destrutivo.

## REFERÊNCIAS

AÇOPORTE. Aço 1020. Disponível em: <http://www.acosporte.com.br/aco-sae-1020>. Acesso em: 16 de dezembro de 2020.

AGOSTINHO, Oswaldo Luiz. **Engenharia de fabricação mecânica**. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2018.

ALVES FILHO, Avelino - **Elementos Finitos: a base da tecnologia CAE / análise dinâmica**, 2. ed. , São Paulo: Érica, 2008

BALBINOT, Alexandre; BRUSAMARELLO, Valner João. **Instrumentação e fundamentos de medidas**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2019. v. 2.

BEER, F. P. **Estática e mecânica dos materiais**. Porto Alegre: AMGH, 2013.

BEER, F.P. e Johnston Jr., E.R.; **Resistência dos Materiais**, 3a Edição, São Paulo, 2006.

CALLISTER, William D. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**: [tradução Sergio Murilo Stamile Soares.] Rio de Janeiro:LTC, 2012.

CARVALHO, Karoline Ribeiro. **ESTUDO COMPARATIVO ENTRE OS CRITÉRIOS DE RESISTÊNCIA DA MÁXIMA ENERGIA DE DISTORÇÃO E DA MÁXIMA TENSÃO DE CISALHAMENTO**. 2019. Monografia (Engenharia Civil) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2019.

CLUBEDAQUIMICA. Aplicações do alumínio. Disponível em: <http://clubedaquimica.com/index.php/2016/09/21/aplicacoes-do-aluminio/> Acesso em: 16 de dezembro de 2021.

GROOVER, Mikell P. **Fundamentos da Moderna Manufatura**. Tradução: Givanildo Alves dos Santos, Luiz Claudio de Queiroz. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2017. v. 2.

HIBBELER, Russell Charles. **Estática: mecânica para engenharia**: [tradução Daniel Vieira]. 12aed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.

HIBBELER, Russell Charles. **Resistência dos materiais**: [tradução Arlete Simille Marques]. 7aed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.



HOFFMANN, Karl. **An introduction to measurements using strain gauges.** Hottinger Baldwin Messtechnik GmbH, 1989

INVENTOR® Stress Analysis Results Validation. USA: AUTODESK, 19 jul. 2021. Disponível em: [http://images.autodesk.com/adsk/files/inventor\\_simulation\\_fea\\_whitepaper\\_us.pdf](http://images.autodesk.com/adsk/files/inventor_simulation_fea_whitepaper_us.pdf). Acesso em: 7 jul. 2021.

JÚNIOR, Álvaro Barbosa de Carvalho; INÁCIO, Maurílio José. **DESENVOLVIMENTO DE UM SISTEMA ELETRÔNICO PARA ESTIMATIVA DAS PROPRIEDADES ELÁSTICAS DE LIGAS METÁLICAS COM O MÉTODO ULTRASSÔNICO DA TRANSPARÊNCIA. 2020. RELATÓRIO TÉCNICO DE PESQUISA** (Pós-Graduação em Modelagem Computacional e Sistemas) - Universidade Estadual de Montes Claros, Montes Claros - MG, 2020.

LUZ, Gelson. **Aço SAE 1045 Propriedades Mecânicas e Composição Química.** Blog Materiais, [s. l], 2017. Disponível em: <https://www.materiais.gelsonluz.com/2017/10/aco-sae-1045-propriedades-mecanicas.html>. Acesso em: 16 de dezembro de 2021.

MARTINAZZO, Cláudio Antonio; TRENTIN, Débora Suelen; FERRARI, Douglas; PIAIA, Matheus Matias - **Arduino: uma tecnologia no ensino de física, PERSPECTIVA**, Erechim. v. 38, n.143, p. 21-30, 2014.

NETO, João Cirilo da Silva. **Metrologia e Controle Dimensional:** conceitos, normas e aplicações. 2. ed. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda, 2018.

NORTON, Robert I. **Projeto de máquinas:** uma abordagem integrada: [tradução:Konstantinos Dimitriou Stavropoulos...et al.]. 4aed. Porto Alegre: Bookman, 2013.

RODRIGUES, Alessandro Roger et al. **Desenho técnico mecânico:** projeto e fabricação no desenvolvimento de produtos industriais. 1. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.

TIMONSHENKO, Stephen P. **Mecânica dos sólidos:** volume 1; [tradução de José Rodrigues de Carvalho]. Rio de Janeiro:LTC-Livros Técnicos e Científicos,1983

---

WEBER, Albano Luiz. **Metrologia e instrumentação: Extensometria (Instrumentação)**. 2008. 15 p. Trabalho acadêmico (Artigo) - Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Caxias do Sul, Rio Grande do Sul, 2008.

TRIMETAIS.O que é aço 1045. Disponível em: <http://trimetais.com.br/materiais/aco-1045/>. Acesso em: 16 de dezembro de 2021.

ZEMPULSK, Ladislau Nelson; ZEMPULSKI, Marina Fernanda Stocco. Dossiê técnico: Oxidação negra. **Serviço Brasileiro de Respostas Técnicas**, Instituto de Tecnologia do Paraná - TECPAR, 4 jan. 2008.

### APÊNDICE A – Desenhos de fabricação

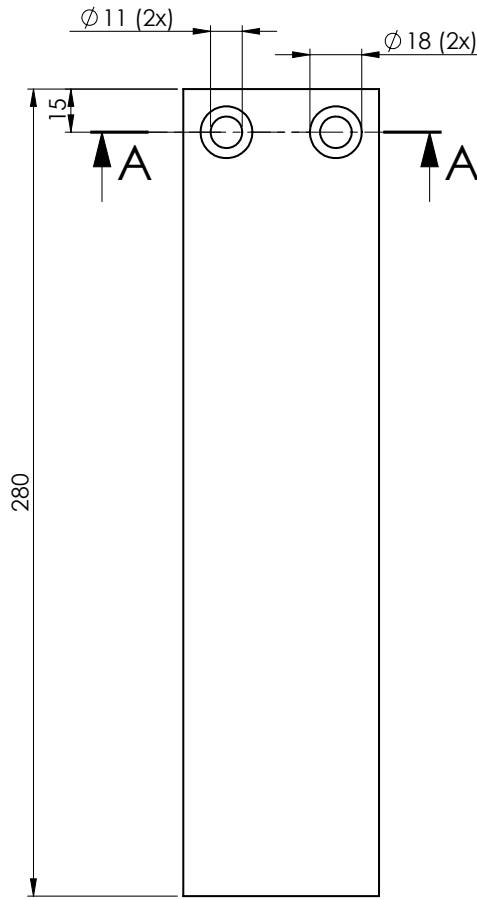
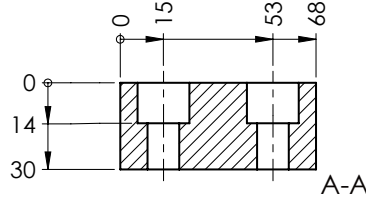
Documento | Confidential

REV	DESCRIÇÃO	DATA	APROVADO																																				
				<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; font-size: small;"> <thead> <tr> <th colspan="8">AFASTAMENTOS PARA COTAS SEM TOLERÂNCIAS</th> </tr> <tr> <th colspan="8">DIMENSÕES LINEARES / GRAU DE PRECISÃO: MÉDIO</th> </tr> <tr> <th>0,5 a 3</th> <th>3 a 6</th> <th>6 a 30</th> <th>30 a 120</th> <th>120 a 315</th> <th>315 a 1000</th> <th>1000 a 2000</th> <th>2000 a 4000</th> </tr> </thead> <tr> <td>±0,1</td> <td>±0,1</td> <td>±0,2</td> <td>±0,3</td> <td>±0,5</td> <td>±0,8</td> <td>±1,2</td> <td>±2</td> </tr> </table>				AFASTAMENTOS PARA COTAS SEM TOLERÂNCIAS								DIMENSÕES LINEARES / GRAU DE PRECISÃO: MÉDIO								0,5 a 3	3 a 6	6 a 30	30 a 120	120 a 315	315 a 1000	1000 a 2000	2000 a 4000	±0,1	±0,1	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2
AFASTAMENTOS PARA COTAS SEM TOLERÂNCIAS																																							
DIMENSÕES LINEARES / GRAU DE PRECISÃO: MÉDIO																																							
0,5 a 3	3 a 6	6 a 30	30 a 120	120 a 315	315 a 1000	1000 a 2000	2000 a 4000																																
±0,1	±0,1	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2																																
4	4	PARAF. CAB. CIL.	SAE 1020	M10 x 40																																			
3	1	MORDENTE	SAE 1045	17 x 40 x 70	0,374		PI04																																
2	1	CORPO	SAE 1045	32 x 70 x 133	2,339		PI03																																
1	1	BASE	SAE 1045	32 x 70 x 283	4,976		PI02																																
POS.	QTD.	DENOMINAÇÃO	MATERIAL	DIMENSÕES	P.Br.(Kg)	Des.N.																																	
<div style="font-size: 2em; font-weight: bold; margin-bottom: 10px;">IFSC</div>			TRATAMENTO SUPERFICIAL: -----X-----X-----																																				
			TÍTULO: MONTAGEM		PROJETOS	DATA	NOME																																
<small>DATA ULT. PLOTAGEM</small> 08/06/21			MÁQUINA: SIMULADOR DE VIGA ENGASTADA		PROJETISTA / DESENHISTA	08/06/21	MATHEUS H.																																
					ESCALA	COD. PEÇA ACABADA:	DESENHO N°:																																
			1:2		PI01																																		

Documento | *Confidencial*

REV	DESCRIÇÃO	DATA	APROVADO
-----	-----------	------	----------

AFASTAMENTOS PARA COTAS SEM TOLERÂNCIAS							
DIMENSÕES LINEARES / GRAU DE PRECISÃO: MÉDIO							
0,5 a 3	3 a 6	6 a 30	30 a 120	120 a 315	315 a 1000	1000 a 2000	2000 a 4000
±0,1	±0,1	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2

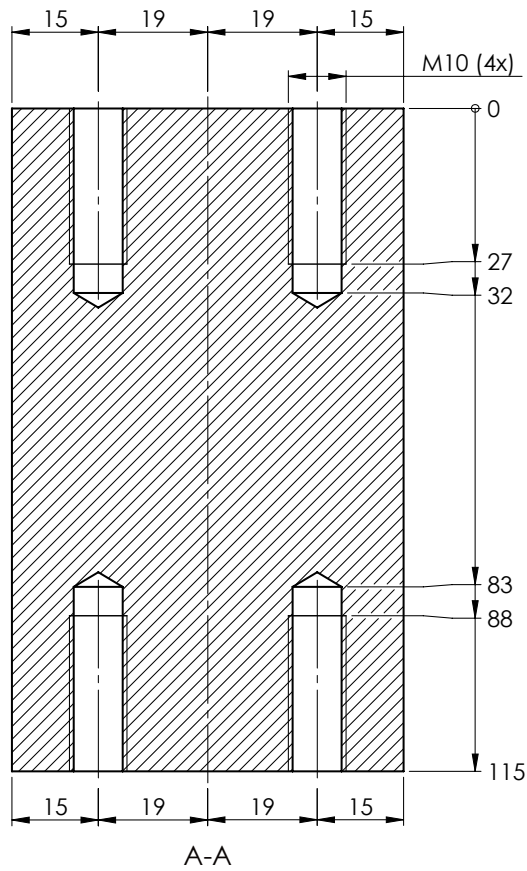
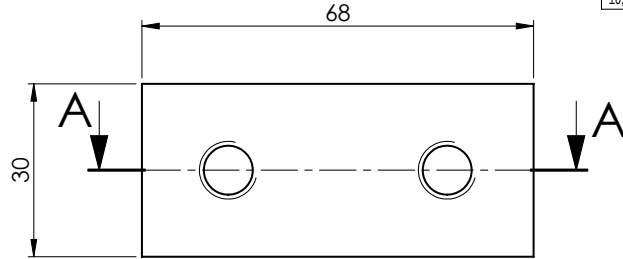


1	1	BARRA CHATA	SAE 1045	32 x 70 x 283	4,976
POS.	QTD.	DENOMINAÇÃO	MATERIAL	DIMENSÕES	P.Br.(Kg)

<b>IFSC</b>	TRATAMENTO SUPERFICIAL: -----X-----X-----				
	TÍTULO: BASE		PROJETOS	DATA	NOME
	MÁQUINA: SIMULADOR DE VIGA ENGASTADA		PROJETISTA / DESENHISTA	08/06/21	MATHEUS H.
DATA ULT. PLOTAGEM 08/06/21			ESCALA 1:2	COD. PEÇA ACABADA: 001	DESENHO N°: PI02

Documento | Confidencial

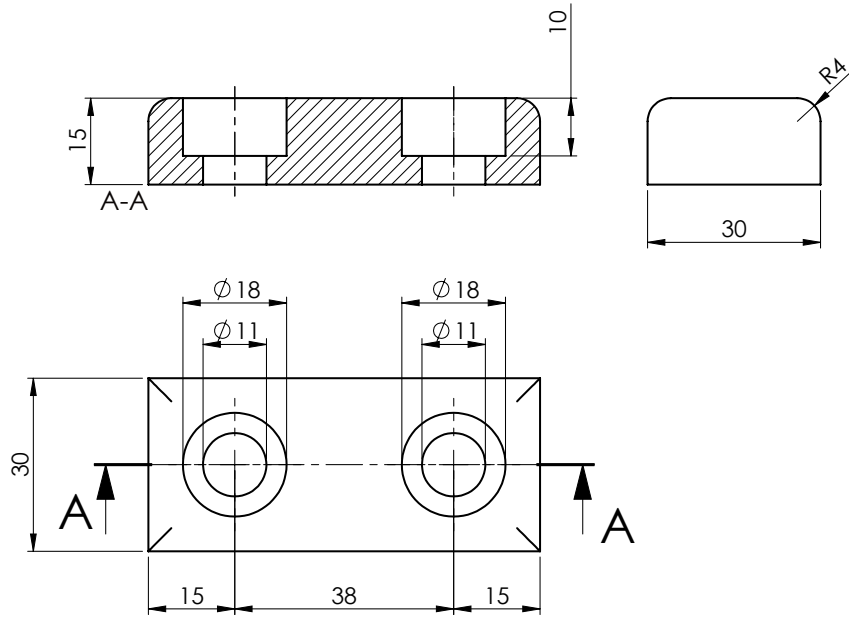
REV	DESCRIÇÃO	DATA	APROVADO	AFASTAMENTOS PARA COTAS SEM TOLERÂNCIAS							
				DIMENSÕES LINEARES / GRAU DE PRECISÃO: MÉDIO							
				0,5 a 3	3 a 6	6 a 30	30 a 120	120 a 315	315 a 1000	1000 a 2000	2000 a 4000
				±0,1	±0,1	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2



1	1	BARRA CHATA	SAE 1045	32 x 70 x 133	2,339
POS.	QTD.	DENOMINAÇÃO	MATERIAL	DIMENSÕES	P.Br.(Kg)
<b>IFSC</b>	TRATAMENTO SUPERFICIAL: ----x----x----		TÍTULO: CORPO		
	MÁQUINA: SIMULADOR DE VIGA ENGASTADA		PROJETOS	DATA	NOME
	DATA ULT. PLOTAGEM 08/06/21	ESCALA 1:1	PROJETISTA / DESENHISTA	08/06/21	MATHEUS H.
		COD. PEÇA ACABADA: 002	DESENHO N°: PI03		

Documento | Confidencial

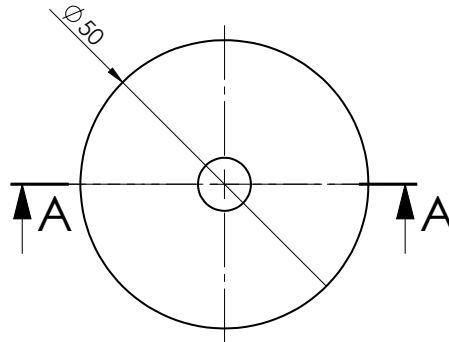
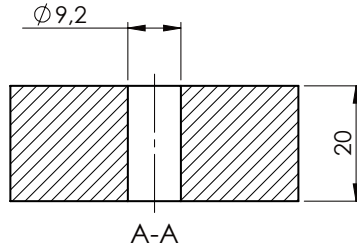
REV	DESCRIÇÃO	DATA	APROVADO	AFASTAMENTOS PARA COTAS SEM TOLERÂNCIAS							
				DIMENSÕES LINEARES / GRAU DE PRECISÃO: MÉDIO							
				0,5 a 3	3 a 6	6 a 30	30 a 120	120 a 315	315 a 1000	1000 a 2000	2000 a 4000
				±0,1	±0,1	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2



1	1	BARRA CHATA	SAE 1045	17 x 40 x 70	0,374
POS.	QTD.	DENOMINAÇÃO	MATERIAL	DIMENSÕES	P.Br.(Kg)
<b>IFSC</b>	TRATAMENTO SUPERFICIAL: -----X-----X-----				
	TÍTULO: MORDENTE		PROJETOS	DATA	NOME
	MÁQUINA: SIMULADOR DE VIGA ENGASTADA		PROJETISTA / DESENHISTA	08/06/21	MATHEUS H.
DATA ULT. PLOTAGEM 08/06/21			ESCALA 1:1	COD. PEÇA ACABADA: 003	DESENHO N°: PI04

Documento | Confidential

REV	DESCRIÇÃO	DATA	APROVADO	AFASTAMENTOS PARA COTAS SEM TOLERÂNCIAS							
				DIMENSÕES LINEARES / GRAU DE PRECISÃO: MÉDIO							
				0,5 a 3	3 a 6	6 a 30	30 a 120	120 a 315	315 a 1000	1000 a 2000	2000 a 4000
				±0,1	±0,1	±0,2	±0,3	±0,5	±0,8	±1,2	±2



1	1	BARRA REDONDA	SAE 1045	Ø50 x 22	0,297	
POS.	QTD.	DENOMINAÇÃO	MATERIAL	DIMENSÕES	P.Br.(Kg)	
<b>IFSC</b>		TRATAMENTO SUPERFICIAL: -----X-----X-----				
		TÍTULO: PESO PADRÃO		PROJETOS	DATA	NOME
		MÁQUINA: SIMULADOR DE VIGA ENGASTADA		PROJETISTA / DESENHISTA	08/06/21	MATHEUS H.
DATA ULT. PLOTAGEM 13/06/19		ESCALA 1:1	COD. PEÇA ACABADA: 004	DESENHO N°: PI05		

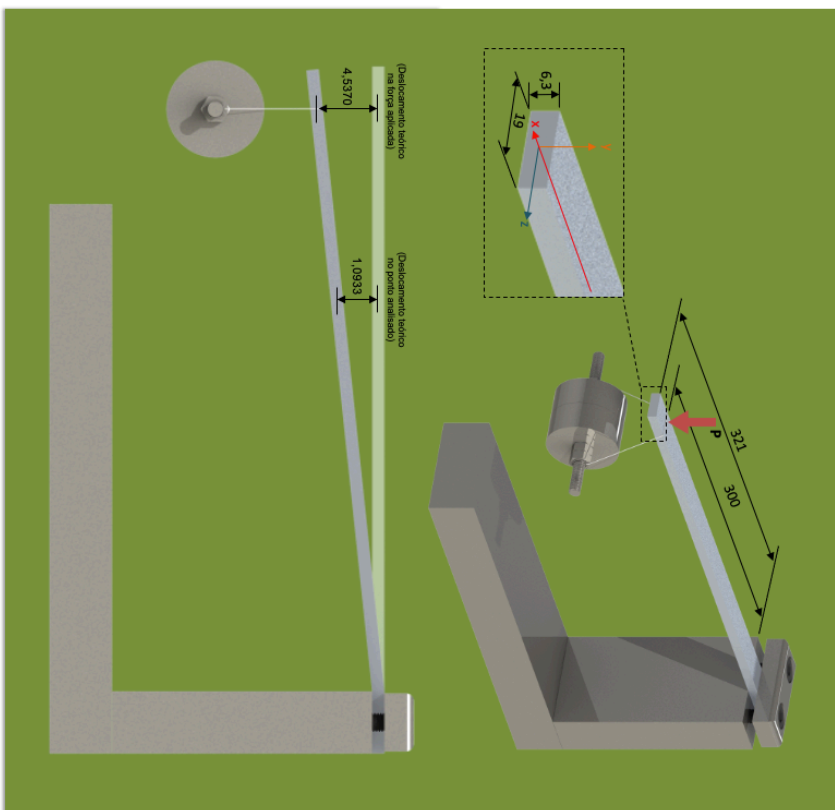
## PLANILHA DE CÁLCULOS - VIGA ENGASTADA

Trabalho de conclusão de curso: Construção e validação de simulador de viga engastada

Alunos:  
Eduardo Joaquin Vieira  
Lucas Lamin  
Matheus Nicolas Hernandez

DADOS DE ENTRADA	VALOR	UNIDADE	CONDIÇÃO
COMPRIMENTO TOTAL DA VIGA	321	mm	VALIDO
LARGURA	19	mm	VALIDO
ALTURA	6,3	mm	VALIDO
MATERIAL DA VIGA	Alumínio 6061	-	VALIDO
MODULO DE ELASTICIDADE DA VIGA	6,20E+10	Pa	VALIDO
LIMITE DE ESGOAMENTO DO MATERIAL	55,158	MPa	VALIDO
PONTO DE APLICAÇÃO DA FORÇA	300	mm	VALIDO
MASSA DO PESO APLICADO	1,2618	kg	VALIDO
PONTO ANALISADO EM "x"	130	mm	VALIDO
PONTO ANALISADO EM "y"	3,15	mm	VALIDO
FATOR DO EXTENSÔMETRO (K <sub>gaugue</sub> )	2,10	-	VALIDO
VALOR ARDUINO	293,44	-	VALIDO

DADOS DE SAÍDA TEÓRICOS	VALOR	UNIDADE	CONDIÇÃO
FORÇA APLICADA (P)	12,3740	N	VALIDO
MOMENTO ELETOR	2,1074	Nm	VALIDO
ESFORÇO CONTANTE	12,374	N	VALIDO
MOMENTO DE INERÇIA	3,99E-10	m <sup>4</sup>	VALIDO
TENSAO VON MISES MÁXIMA	29,54	MPa	VALIDO
CRITÉRIO DE FALHA - VON MISES	-	-	REGIME ELÁSTICO
TENSAO NORMAL TEÓRICA NO PONTO ANALISADO	16,74	MPa	VALIDO
TENSAO DE CISALHAMENTO	0,1951	MPa	VALIDO
RELEVÂNCIA DO CISALHAMENTO	0,53%	-	VALIDO
DESLOCAMENTO TEÓRICO NA FORÇA APLICADA	4,5370	mm	VALIDO
DESLOCAMENTO TEÓRICO NO PONTO ANALISADO	1,0933	mm	VALIDO
DEFORMAÇÃO TEÓRICA NO PONTO ANALISADO	0,0002700	m/m	VALIDO
DADOS DE SAÍDA EXPERIMENTAIS (EXTENSÔMETRO)	VALOR	UNIDADE	CONDIÇÃO
DEFORMAÇÃO MEDIDA PELO EXTENSÔMETRO	0,0002671	m/m	VALIDO
TENSAO NORMAL EXPERIMENTAL NO PONTO ANALISADO	16,56	MPa	VALIDO
RELAÇÃO EXPERIMENTAL / TEÓRICA (TENSAO E DEFORMAÇÃO)	-1,06%	-	DENTRO DA TOLERÂNCIA





## APÊNDICE C – Fluxograma de processo

